

**ISAQUE DE SOUZA LIRA**

**ANÁLISE NÃO LINEAR DE BIELAS ISOLADAS DE CONCRETO EM  
FORMA DE GARRAFA DETERIORADAS POR REAÇÕES INTERNAS  
DE EXPANSÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Católica de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Engenharia das Construções

Orientador: Prof. Dr. Fernando Artur Nogueira Silva

**Recife**

**2020**

**UNIVERSIDADE CATÓLICA DE PERNAMBUCO PROGRAMA DE  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**ISAUQUE DE SOUZA LIRA**

**Análise Não Linear de Bielas Isoladas de Concreto em Forma de  
Garrafa Deterioradas Por Reações Internas de Expansão**

**Aprovado em 26/06/2020, por:**



**Prof. Fernando Artur Nogueira Silva**  
(Orientador, PhD – UNICAP)



**Prof. Romilde Almeida de Oliveira**  
(Examinador Interno, PhD – UNICAP)



**Prof. Bernardo Horowitz**  
(Examinador Externo, PhD – UFPE)

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, agradecer à Deus, pois por Ele todas as coisas foram feitas, e sem Ele, nada do que foi feito se fez.

À minha esposa, Maria Eduarda, pela parceria, paciência e dedicação incondicional para que essa dissertação fosse finalizada. A palavra de Deus diz que feliz é o homem que encontra uma mulher virtuosa, graças a Deus eu casei com uma. Eu te amo muito meu amor, e essa vitória é nossa.

Ao meu primogênito, Daniel, que mesmo sendo ainda bebê, é meu combustível para ir adiante e possibilitar uma boa vida para você.

Aos meus pais, Lúcio e Josefa, e todos meus demais familiares, Ana Vitória, Maria Carneiro, Helena, Lúcia, Vital, Cassandra e Maria Júlia.

Agradecer imensamente ao meu orientador, Prof. Dr. Fernando Artur Nogueira Silva, por ir além do que academia espera de um orientador, e ter se tornado um exemplo a ser seguido e admirado; obrigado por ter me ensinado o melhor jeito de fazer ciência.

Aos demais professores do programa de Mestrado de Engenharia Civil da Universidade Católica de Pernambuco, Prof. Dr. Ângelo, Profa. Dra. Eliana, Prof. Dr. Joaquim e Prof. Dr. Romilde, pelos ensinamentos e exemplo. Aos amigos formados no decorrer dessa caminhada, Nicole, João Luiz, Jéssica, que formam o grupo de pesquisa e que já são bastante especiais para mim.

À Universidade Católica de Pernambuco por ter aberto suas portas e me recebido com muito carinho e atenção por meio de todos seus funcionários que são exemplos de bom tratamento, humanidade e competência.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo auxílio financeiro disponibilizado através de bolsa para o mestrado.

Prossigo para o alvo, pelo prêmio da soberana vocação.  
Maranata! O Senhor Jesus Vem!

# RESUMO

LIRA, I. S. **Análise Não Linear de Bielas Isoladas de Concreto em Forma de Garrafa Deterioradas Por Reações Internas de Expansão**. 2020. 209f. Dissertação (mestrado em engenharia) Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Católica de Pernambuco, Recife, Brasil.

A pesquisa apresenta uma discussão sobre o comportamento de bielas isoladas de concreto em forma de garrafa afetadas por reações internas de expansão. A modelagem numérica do concreto foi realizada com o Concrete Damaged Plasticity Model (CDPM) implementado no ABAQUS e a validação do modelo foi realizada com os experimentos de Sankovich (Sankovich, 2003). Um procedimento para automatizar a obtenção dos parâmetros de plasticidade e de dano do concreto necessárias para a utilização do CDPM foi desenvolvida no Matlab, baseada no trabalho de Alfarah (Alfarah et al, 2017), tendo como parâmetros de entrada a resistência característica à compressão do concreto, o comprimento equivalente da malha de elementos finitos e a relação entre a deformação plástica e a deformação inelástica em compressão. Para se levar em consideração os efeitos das reações internas de expansão foi utilizada a estratégia utilizada por Sanchez (Sanchez et al, 2017 e 2018) que propõe que os níveis de expansões internas no concreto afetam as propriedades de resistência e deformação do concreto. Os resultados obtidos mostram que o CDPM é um modelo de plasticidade com dano com potencial de representação dos mecanismos de sustentação de cargas de bielas isoladas de concreto em forma de garrafa para os diferentes níveis de solicitação a que esses elementos podem estar submetidos nos painéis investigados. As simulações para variados níveis de expansão foram capazes de representar de maneira consistente o perfil de dano esperado ocorrer nos painéis bem como a estimativa da carga de primeira fissura e a respectiva ordem de grandeza da abertura e o valor da força máxima possível de ser aplicada. Para os painéis investigados, a redução observada na força última atingiu um valor de 70%, o aumento da deformação plástica de tração se mostrou superior a 60% e a abertura máxima de fissura pode chegar a um aumento de 113%, quando se comparam estes parâmetros com aqueles observados experimentalmente em painéis sem a existência de reações internas de expansão.

**Palavras-Chave:** Modelagem Numérica, Análise não Linear, Bielas de Concreto Em Forma de Garrafa, Reações Internas de Expansão no Concreto, Modelos de Danos de Plasticidade.

# ABSTRACT

LIRA, I. S. **Non-linear Analysis of Bottle-Shaped Isolated Struts Concrete Deteriorated by Internal Expansion Reactions**. 2019. 209p. Engineering Master Thesis in Civil Engineering Graduate School, Catholic University of Pernambuco, Recife, Brazil.

The research presents a discussion on the behavior of isolated concrete bottle-shaped struts affected by internal expansion reactions. The numerical modeling of concrete was performed with the Concrete Damaged Plasticity Model (CDPM) implemented in ABAQUS and the validation of the model was performed with Sankovich's tests (Sankovich, 2003). A procedure to automatically obtain the concrete plasticity and damage parameters necessary for the use of CDPM was developed in Matlab, based on the work of Alfarah (Alfarah et al, 2017), having as inputs the characteristic compressive strength of the concrete, the equivalent length of the finite element mesh and the ratio between the plastic and inelastic compressive strains. The results obtained showed that the CDPM is a model of plasticity with damage with the potential to represent the load-bearing mechanisms of isolated concrete bottle-shaped struts a range of several stress levels to which these elements may be subjected in the panels investigated. The numerical simulations for various levels of expansion were able to consistently represent the expected damage profile in the panels as well as the estimate of the first crack loading the crack opening and the value of the maximum possible force to be applied. For the panels investigated, the reduction observed in the failure load reached a value of 70%, the increase of the tensile plastic deformation was more than 60% and the maximum crack opening can reach an increase of 113%, when compared with those observed experimentally in panels without internal swelling reactions.

**Keywords:** Numerical Modeling, Nonlinear Analysis, Bottle Shaped Concrete Struts, Internal Concrete Swelling Reactions, Plasticity Damage Models

# SUMÁRIO

RESUMO	4
ABSTRACT	5
SUMÁRIO	6
LISTA DE FIGURAS	9
LISTA DE TABELAS	12
LISTA DE GRÁFICOS	13
LISTA DE EQUAÇÕES	14
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	16
CAPÍTULO 01	17
1.INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA DA PESQUISA	17
1.1 Materiais e Método	22
1.2 Objetivo Geral	24
1.3 Objetivos Específicos	24
1.4 Delimitações do Trabalho	24
1.5 Organização da Dissertação	25
CAPÍTULO 02	27
2.REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
2.1 Blocos Parcialmente Carregados	27
2.2 Método das Bielas e Tirantes	30
2.2.1 Bielas em Forma de Garrafa	31
2.3 Os Efeitos das Reações Expansivas Internas nas Propriedade de Resistência e Deformação do Concreto	33
2.3.1 Experimentos de Sanchez et al. (2017 e 2018)	34
CAPÍTULO 03	39
3.O MODELO DE PLASTICIDADE DO DANO DO CONCRETO - CDPM	39
3.1 Decomposição Aditiva do Campo de Deformações Totais	40

3.2 Comportamento Mecânico do Modelo	41
3.2.1 Comportamento Uniaxial em Tração e em Compressão	41
3.2.2 Comportamento Não-linear em Tração	43
3.2.3 Comportamento Não-linear em Compressão	44
3.3 Lei de Fluxo e Critério de Escoamento	44
3.4 Rotina Para Parâmetros Necessários Para o Modelo CDP	49
3.4.1 Descrição da Rotina	50
3.4.2 Implementação da Rotina - Geração das Deformações Inelásticas, Parâmetros de Dano e Respectivas Tensões	58
3.5 Rotina para Redução das Propriedades Mecânicas do Concreto por Reações Internas de Expansão (RIE)	60
CAPÍTULO 04	63
4.OS ENSAIOS DE BIELAS EM FORMA DE GARRAFA - Sankovich (2003)	63
4.1 Descrição do Programa Experimental	63
4.1.1 Paineis S1-2	65
4.1.2 Paineis S3-1	66
4.1.3 Informações Qualitativas de Outros Painéis	68
CAPÍTULO 05	71
5.MODELAGEM NUMÉRICA	71
5.1 Descrição do Modelo Numérico	71
5.2 Malha de elementos finitos	75
5.3 Propriedades do Concreto – Elásticas, Plástica e de Dano	77
5.4 Definição do Tipo de Análise	79
5.5 Associação das Partes	80
5.6 Definição de interações no modelo	81
5.7 Definição das condições de contorno	81
5.8 Processamento	82
CAPÍTULO 06	84



6.RESULTADOS E DISCURSÃO	84
6.1 Validação do Modelo Numérico	84
6.1.1 Comparações qualitativas	84
6.1.2 Comparações quantitativas	87
6.2 S3-1 afetado por Reações Internas de Expansão - RAS	90
6.3 Resultados na compressão do S3-1 afetado por Reações Internas de Expansão (DEF)	04 102
CAPÍTULO 07	109
7.CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	109
7.1 Conclusões	109
7.2 Recomendação para Trabalhos Futuros	110
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	112
APÊNDICE A: ROTINA DO CDP NO MATLAB	118
APÊNDICE B: ROTINA DO RAA NO MATLAB	126

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Modelo biela-tirante para uma viga parede de concreto	18
Figura 1.2 - Fissuras nas extremidades da biela	18
Figura 1.3 - Fissura horizontal de grande abertura em bloco de coroamento de estacas	19
Figura 1.4 - Vista detalhada de fissura horizontal em blocos de coroamento de estacas	19
Figura 1.5 - Deslocamento horizontal relativo em bloco de fundação (Gomes, 2008)	20
Figura 1.6 - Armação de bloco de coroamento de estacas de prédio público (Silva, 2007)	20
Figura 1.7 - Biela em forma de garrafa e modelo de bielas e tirante	23
Figura 2.1 - Campos de Tensão em Bloco Parcialmente Carregado, Guyon (1953)	28
Figura 2.2 - Estado de tensões, Fusco (1995)	29
Figura 2.3 - Zonas de regularização de tensões, Fusco (1995)	29
Figura 2.4 - Tipos de bielas (a) prismáticas (b) em forma de garrafa	31
Figura 2.5 - Tensões internas em (a) biela prismática (b) biela em forma de garrafa dispersão 2-D, Laughery e Pujol (2015)	32
Figura 3.1 - Aproximação hiperbólica da função de plastificação de Drucker-Prager,	45
Figura 3.2 - Superfície de escoamento no plano desviador para valores de $K_c$ ,	48
Figura 3.3 - Superfície de escoamento no plano de tensões,	48
Figura 3.4 - Superfície de escoamento no plano de tensões,	49
Figura 3.5 - Representação do CDP e seus modelos raiz na compressão, Alfarah et al. (2017)	53
Figura 3.6 - Fluxograma da rotina CDP, adaptado de Alfarah et al. (2017)	60
Figura 4.1 - Configuração típica de teste, Sankovich (2003)	64
Figura 4.2 - Instrumentação do S1-2 - adaptado de Sankovich (2003)	65
Figura 4.3 - Mecanismo de mecanismo de falha - adaptado de Brow et al. (2006)	65
Figura 4.4 - Mecanismos de Ruptura, Sankovich (2003)	66
Figura 4.5 - Instrumentação do S3-1, adaptado de Sankovich (2003)	67
Figura 4.6 - Esquema do percurso da fissura vertical - Adaptado de Sankovich (2003)	68
Figura 4.7 - Deformações verticais ao longo do painel, adaptado de Brow et al. (2006)	69
Figura 4.8 - Envoltório de deformações verticais ao longo do painel, adaptado de Brown et al. (2006)	70
Figura 5.1 - Criação do painel S1-2	71
Figura 5.2 - Criação da chapa S1-2	72
Figura 5.3 - (a) Chapas superiores S1-2 e S3-1 (b) S1-2 e S3-1	72
Figura 5.4 - <i>Partition</i> para delimitação da biela	74

Figura 5.5 - (a) S3-1 com a biela em destaque (b) S3-1 linear	75
Figura 5.6 – Significado da sigla C3D8R - Ferreira (2016)	75
Figura 5.7 - Significado da sigla R3D4 - adaptado de Hibbit (2012)	76
Figura 5.8 – Malha de Elemento finito do painel S3-1	76
Figura 5.9 - Malha de Elemento Finito do S3-1 com biela destacada	77
Figura 5.10 - Malha de Elemento Finito das chapas	77
Figura 5.11 Definição do <i>step</i>	80
Figura 5.12 – Associação dos componentes de um painel típico	80
Figura 5.13 - Interação de contato entre as chapas e painel	81
Figura 5.14 - Aplicação do carregamento	82
Figura 5.15 – Condições de contorno	82
Figura 5.16 - Definição do <i>Job</i> e processamento	83
Figura 6.1 – Deformações plásticas de tração (a) S1-2 numérico (b) S3-1 numérico (c) S1-2 experimental	84
Figura 6.2 - Dano na tração do S1-2 (a) Modelo Numérico (b) Experimental	85
Figura 6.3 - Dano na compressão do S1-2 (a) Modelo Numérico (b) Experimental	86
Figura 6.4 – Evolução do MBT para variados níveis de carregamento (a) Modelo Numérico (b) Experimental	86
Figura 6.5 - Simetria das deformações verticais do S1-2	88
Figura 6.6 - Simetria das deformações verticais do S3-1	88
Figura 6.7 - Dano na tração para expansão de 0,04% (a) não afetado (b) afetado totalmente	93
Figura 6.8 - Dano na tração para expansão de 0.30% (a) não afetado (b) afetado totalmente	94
Figura 6.9 - Deformação plástica de tração para expansão de 0.04% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente	96
Figura 6.11 - Deformação plástica de tração para expansão de 0.30% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente	97
Figura 6.12 - Deformação total e tensão no eixo x para expansão de 0.04% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente	98
Figura 6.13 - Deformação total e tensão no eixo x para expansão de 0.20% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente	99
Figura 6.14 - Deformação total e tensão no eixo x para expansão de 0.30% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente	100

Figura 6.15- Deformação plástica e dano na compressão para expansão de 0.11% **Erro!**  
**Indicador não definido.**

Figura 6.16 - Deformação plástica e dano na compressão para expansão de 1.00% **Erro!**  
**Indicador não definido.**

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Grau de dano pela RAA no concreto	35
Tabela 2.2 - Grau de dano pela RAA no concreto com agregado de Recife-PE	36
Tabela 2.3 - Grau de dano por mecanismos de expansão interna no concreto	38
Tabela 3.1 - Taxas de reduções nas propriedades mecânicas de acordo com o nível de expansão	62
Tabela 4.1 - Resultados dos Painéis S1-2 e S3-1 - Adaptado de Brown et al. (2006)	67
Tabela 5.1 - Propriedades do Concreto para o CDP do ABAQUS	78
Tabela 6.1 - Resultados experimentais e numéricos	87

## LISTA DE GRÁFICOS

- Gráfico 3.1 - Resposta uniaxial do concreto (a) em compressão (b) em tração, Hibbit et al. (2012) **Erro! Indicador não definido.**
- Gráfico 3.2 - Definição da deformação inelástica e plástica de tração, Hibbit et al. (2012) **Erro! Indicador não definido.**
- Gráfico 3.3 - Definição da deformação inelástica e plástica de compressão, **Erro! Indicador não definido.**
- Gráfico 3.4 - Comportamento do concreto na compressão, Alfarah et al. (2017) **Erro! Indicador não definido.**
- Gráfico 3.5 - Comportamento do concreto na tração, Alfarah et al. (2017) **Erro! Indicador não definido.**
- Gráfico 4.1 - Deformações verticais ao longo do painel, Brown et al. (2006) **Erro! Indicador não definido.**
- Gráfico 6.1 - Comparação entre a deformação vertical na fissura e ruptura do CPO e S3-1 89
- Gráfico 6.2- Comparação entre a deformação vertical na ruptura 89
- Gráfico 6.3 - Comparação entre a deformação vertical na ruptura, o autor 90
- Gráfico 6.4 - Carga e dano de primeira fissura para cada nível de expansão - o autor **Erro! Indicador não definido.**
- Gráfico 6.5 - Carga e dano de ruptura para cada nível de expansão, O Autor **Erro! Indicador não definido.**
- Gráfico 6.6 - Carga e abertura de fissura na ruptura para cada nível de expansão – O Autor **Erro! Indicador não definido.**
- Gráfico 6.7 - Carga e dano de compressão na ruptura para cada nível de expansão, O Autor **Erro! Indicador não definido.**

## LISTA DE EQUAÇÕES

Equação 3.1	51
Equação 3.2	51
Equação 3.3	55
Equação 3.4	55
Equação 3.5	55
Equação 3.6	55
Equação 3.7	56
Equação 3.8	56
Equação 3.9	57
Equação 3.10	58
Equação 3.11	58
Equação 3.12	58
Equação 3.13	59
Equação 3.14	59
Equação 3.15	59
Equação 3.16	59
Equação 3.17	60
Equação 3.18	61
Equação 3.19	61
Equação 3.20	61
Equação 3.21	65
Equação 3.22	65
Equação 3.23	65
Equação 3.24	65
Equação 3.25	65
Equação 3.26	65
Equação 3.27	65
Equação 3.28	65
Equação 3.29	66
Equação 3.30	66
Equação 3.31	66
Equação 3.32	66
Equação 3.33	66

Equação 3.34	66
Equação 3.35	67
Equação 3.36	67
Equação 3.37	67
Equação 3.38	67
Equação 3.39	69
Equação 3.40	70
Equação 3.41	70
Equação 3.42	70
Equação 3.43	70
Equação 3.44	71
Equação 3.45	71
Equação 3.46	71
Equação 3.47	71
Equação 3.48	71
Equação. 3.49	71
Equação. 3.50	71
Equação 3.51	72
Equação 3.52	72
Equação 3.53	72
Equação 3.54	72
Equação 3.55	72
Equação 3.56	72



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

CDP = Concrete Damaged Plasticity

DEF = Etringita Tardia

MBT = Modelo Biela-Tirante

MEF = Método dos Elementos Finitos

RAA = Reação Álcalis Agregado

RAS = Reação Álcali-Sílica

RIE = Reação Interna de Expansão

UTM = Universal Testing Machine

# CAPÍTULO 01

## 1. INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA DA PESQUISA

As estruturas de concreto podem ser divididas em regiões nas quais as hipóteses da teoria da flexão e distribuição linear das deformações são aplicáveis e outras, nas proximidades de mudanças bruscas de geometria ou carregamento, onde a distribuição de deformações não é mais linear. Estas regiões são frequentemente referidas com Regiões-B e Regiões-D, respectivamente – a letra B vem de Bernoulli e a letra D vem de Descontinuidade.

Para as Regiões-B, a teoria usual de flexão para elementos de concreto armado e a abordagem tradicional para cisalhamento (a resistência ao cortante é repartida entre o concreto e aço) oferecem boas respostas, mas para as Regiões-D a maior parte do carregamento é transferido aos apoios através de forças planas de compressão no concreto e forças de tração na armadura e, desta forma, uma nova abordagem de projeto se faz necessária.

Usualmente, as Regiões-D são representadas com modelos de treliça hipotéticos nos quais as *bielas* representam o concreto comprimido, os *tirantes* representam as armaduras tracionadas, unidas em pontos chamados de *nós*. Este modelo de treliça é referido com Modelo Biela-Tirante (MBT).

A Figura 1.1 mostra este modelo com indicação dos seus elementos, na qual pode ser também observada a configuração das bielas em forma de garrafa no interior do elemento. Bielas de compressão com configuração em forma de garrafa são mais largas no meio do que nas suas extremidades porque a largura do concreto disponível para o espraçamento das tensões neste local é maior. A linha pontilhada na Figura 1.1 representa o limite efetivo da biela.

A variação da força de compressão ao longo do comprimento da biela pode gerar fissuras longitudinais (*longitudinal splitting*) próximas às suas extremidades que tendem a diminuir a sua resistência mecânica (Figura 1.2).

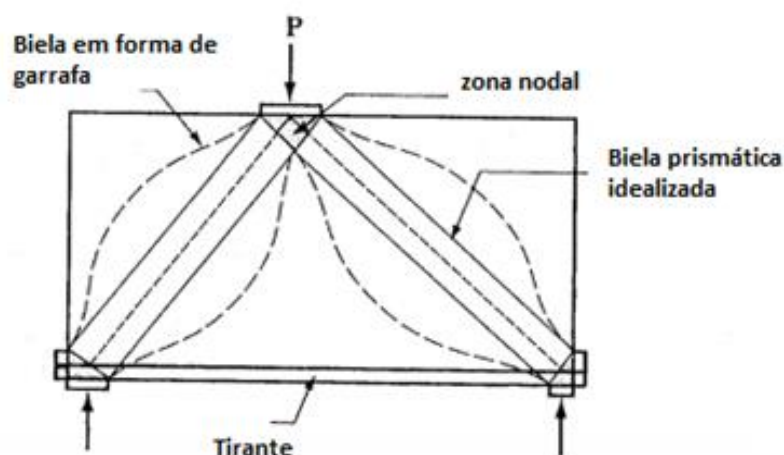


Figura 1.1 - Modelo biela-tirante para uma viga parede de concreto, Silva (2017)

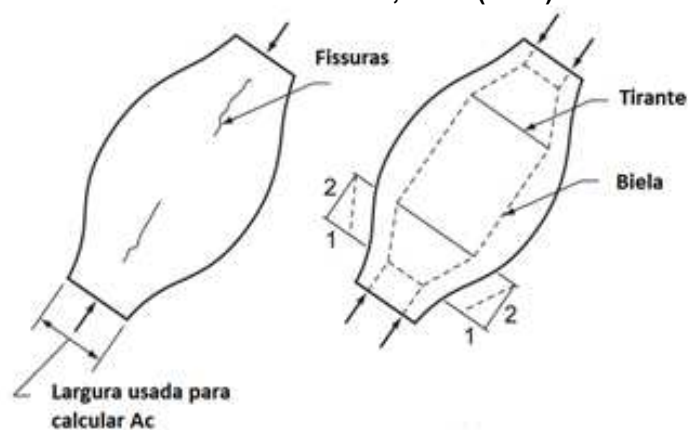


Figura 1.2 - Fissuras nas extremidades da biela, Silva (2017)

Os blocos de concreto são estruturas de volume que têm a função de distribuir as cargas dos pilares a elementos de fundações profundas, tais como estacas e tubulões. No dimensionamento deste elemento estrutural é comum a utilização do método de bielas e tirantes e, em geral, as bielas em forma de garrafa se formam no interior deste elemento.

Na última década, tem sido relatada com relativa frequência a ocorrência de casos de deterioração precoce de blocos de fundação sobre estacas em edificações residenciais e pontes de concreto na Região Metropolitana do Recife. Este processo geralmente se inicia a partir da ocorrência de uma fissura horizontal de grande abertura nas faces laterais do elemento localizada a aproximadamente 30 centímetros da face superior do bloco (Andrade et al, 2006; Andrade, 2006; Figueiroa e Andrade, 2007; Silva, 2007; Gomes, 2008; Andrade, 2014) e sua instalação costuma ser atribuída às expansões do concreto, decorrente da reação álcali agregado.

Em muitos casos relatados as armaduras localizadas na face inferior do bloco são uniformemente distribuídas, ao invés de serem concentradas sobre as cabeças das estacas e o trecho vertical da armação inferior dos tirantes não possui transpasse com a malha superior. A Figura 1.3, a Figura 1.4 e a Figura 1.5 a seguir ilustram as manifestações patológicas relatadas em blocos de coroamento de estacas na região. A Figura 1.6 mostra o detalhe típico destes blocos de fundação onde se pode perceber a ausência de continuidade das armaduras inferiores e superiores dos blocos.



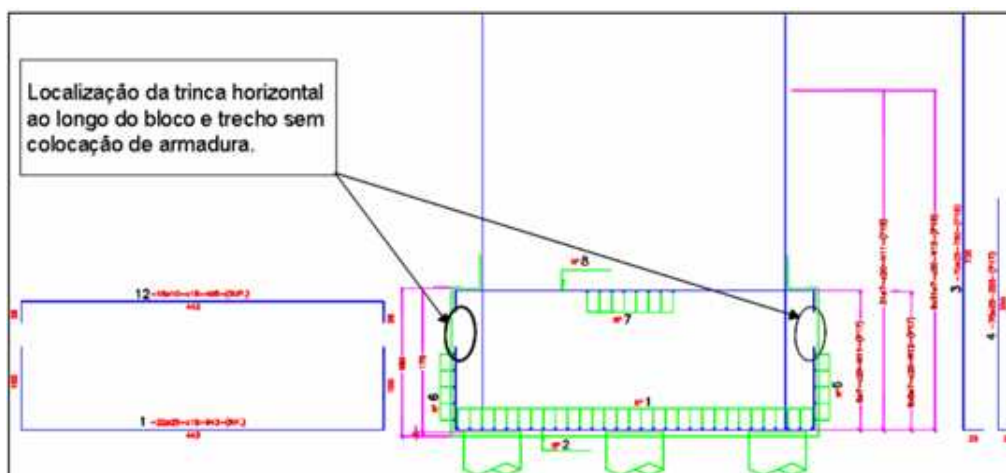
**Figura 1.3 - Fissura horizontal de grande abertura em bloco de coroamento de estacas, Silva (2017)**



**Figura 1.4 - Vista detalhada de fissura horizontal em blocos de coroamento de estacas, Silva (2017)**



**Figura 1.5 - Deslocamento horizontal relativo em bloco de fundação, Gomes (2008)**



**Figura 1.6 - Armção de bloco de coroamento de estacas de prédio público, Silva (2007)**

Independentemente da origem do processo de fissuração – se advém de reações expansivas no concreto ou se é devido ao detalhamento da ancoragem da armadura vertical do bloco – sua ocorrência propicia caminhos preferenciais para a penetração de agentes externos agressivos para o interior do bloco que pode causar efeitos deletérios.

A reação álcalis agregado (RAA) é uma reação química deletéria na qual os íons sódio e potássio contido na solução reagem com certos tipos de rochas utilizadas na obtenção de agregados usados na fabricação do concreto e se constitui num dos importantes problemas de degradação precoce das estruturas de concreto. A água é um fator essencial para a instalação da reação, já que ela é necessária à formação do gel expansivo que preenche os poros do concreto, resultando em expansões indesejáveis no elemento afetado. Na nossa

região, tem-se as condições ideais para o desenvolvimento da RAA porque todos os elementos necessários à sua ocorrência se encontram presentes – álcalis do cimento ou dos agregados, água e agregado graúdo ou fino potencialmente reativos.

A ocorrência da RAA num elemento de concreto pode gerar importante redução nas suas propriedades de resistência e deformação, com ocorrência de alterações mais pronunciadas na sua resistência à tração e no seu módulo de elasticidade do que na sua resistência à compressão (Pleau et. al, 1989; Reinhardt e Mielich, 2102; Mielich et. al, 2015; Sobrinho, 2012).

Este aspecto se torna especialmente relevante quando a integridade destas propriedades é fundamental no comportamento global do elemento de concreto afetado, como por exemplo os blocos de coroamento de estacas, e o conhecimento da magnitude desta alteração se constitui um ponto chave de pesquisa aplicada no campo da engenharia civil. No caso específico da redução da resistência à tração do concreto, a sua consequência na capacidade de carga dos blocos sobre estacas é relevante porque essa redução pode causar um processo de fissuração nas bielas que reduz a sua capacidade de sustentação de cargas.

Geralmente, em situações usuais de campo, o processo de fissuração devido às expansões internas não costuma conduzir à ruptura dos elementos afetados, mas favorece a penetração de agentes agressivos tais como cloretos que, atingindo as armaduras, podem iniciar um processo localizado de corrosão que culmina por reduzir de maneira importante a durabilidade das estruturas.

As manifestações patológicas associadas com as reações internas expansivas no concreto são mais comuns em obras onde o volume de concreto é elevado tais como barragens e pisos de aeroporto. Por outro lado, no Brasil, especialmente na região nordeste do país, tem sido reportada a ocorrência do fenômeno em blocos de coroamento de estacas e sapatas de edificações residenciais e pontes, em idades relativamente precoces. Este fato tem chamado a atenção da indústria da construção civil local e dos centros de pesquisa e Universidades para a necessidade de se entender os mecanismos e os fenômenos envolvidos nas reações internas de expansão do concreto de forma que medidas mitigadoras, tanto na fase de projeto quanto na de execução, possam ser tomadas.

Por conta destes eventos, em última análise, os engenheiros civis estão tendo que lidar com o crescente avanço de ocorrência de reações internas de expansão em obras de concreto recém-construídas sem a disponibilidade de informações sobre a influência que este fenômeno exerce na capacidade de carga dos elementos afetados.

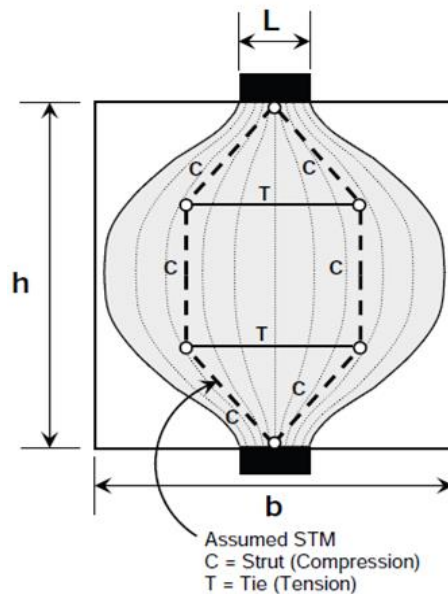
Bielas de concreto em formato de garrafas são elementos que representam de maneira muito eficiente o comportamento do campo de tensão de compressão no interior de blocos de coroamento de estacas e são usualmente utilizadas para se avaliar o nível de tensão e de deformação devido aos carregamentos aplicados.

Desta forma, o estudo desta configuração de bielas, especialmente quando a mesma se encontra deteriorada por reações internas de expansão do concreto pode gerar informações importantes para o entendimento do comportamento estrutural de blocos de estacas afetados pela reação que podem ser úteis na definição de estratégias de projeto e recuperação destes elementos estruturais, um tópico de marcante relevância para engenheiros estruturais e para a indústria da construção civil na região e no país

## **1.1 Materiais e Método**

A fim de compreender o comportamento de bielas isoladas de concreto em forma de garrafa deterioradas por reações internas de expansão serão foram realizadas análises numéricas em regime linear e não-linear nos mesmos painéis ensaiados por Sankovich (2003) para, em uma abordagem inicial, promover a validação do modelo de representação numérica a ser utilizado - o *Concrete Damaged Plasticity Model* do ABAQUS. Os detalhes dos ensaios que constituem a base de validação das modelagens numérica são apresentados em detalhes no Capítulo 4.

A geometria típica dos painéis investigados consiste em painéis de concreto simples com dimensões de 914,4 x 914,4 x 152,5 mm que foram parcialmente carregados utilizando chapa de aço com dimensão de 304,8 x 152,5 x 50, 8 mm até a ruptura conforme se acha ilustrado na Figura 1.7.



**Figura 1.7 - Biela em forma de garrafa e modelo de bielas e tirante, Brown et al. (2016)**

Para a obtenção das propriedades necessárias para a caracterização do dano em tração e em compressão do concreto foram desenvolvidas rotinas no MATLAB (Mathwork, 2012) que permitem a obtenção dos parâmetros necessários com poucos dados de entrada, i.e., a resistência característica à compressão do concreto, o comprimento equivalente da malha de elementos finitos e a relação entre a deformação plástica e a deformação inelástica em compressão. As rotinas permitem a escolha de dois métodos para o cálculo do dano no concreto e duas possibilidades de cálculo das propriedades mecânicas - ACI 318-14 (2014) e FIB (2010).

A consideração dos efeitos das reações internas de expansão no concreto foi introduzida a partir dos trabalhos de Sanchez (2014, 2015, 2016, 2017 e 2018). As pesquisas de Sanchez indicaram que a ação das reações de expansão internas tem como consequência importante a redução das propriedades de resistência e deformação do concreto. Uma vez que estas reduções afetam diretamente as deformações inelásticas e os parâmetros de dano do concreto, tanto em regime de tração quanto em regime de compressão (a base do CDP), optou-se por elaborar uma rotina específica no MATLAB na qual os parâmetros de entrada são os valores das expansões observadas. A consequente alteração nas propriedades de resistência e deformação do concreto é automaticamente calculado a partir da rotina.



De posse do modelo CDP devidamente calibrado e validado e com os dados de alteração das propriedades mecânicas dos concreto a partir do nível de expansão foi conduzido um representativo escopo de análises numéricas com variados cenários, a saber: painel integralmente afetado pelas reações de expansão internas, painel com efeitos da expansão localizada apenas na biela em forma de garrafa, painel com alteração de todas as propriedades mecânicas de maneira simultânea e painéis com alterações isoladas da propriedades mecânica. A geometria da biela utilizada foi definida a partir de análises numéricas em regime linear do painel investigado. Os detalhes específicos, assim como o detalhamento das hipóteses adotadas na rotina e detalhes das modelagens são discutidos em capítulos específicos subsequentes.

## **1.2 Objetivo Geral**

O objetivo geral da pesquisa é a discussão do comportamento estrutural de bielas de concreto isoladas em forma de garrafa deterioradas por reações internas de expansão através de modelagens numéricas com o Método dos Elementos Finitos.

## **1.3 Objetivos Específicos**

Como objetivos específicos, a pesquisa se propõe a desenvolver as seguintes ações:

- Realizar simulações numéricas com o método dos elementos finitos em regime linear a fim de acessar o perfil de tensão deformação de bielas isoladas de concreto simples em forma de garrafa e avaliar os diversos fatores intervenientes neste comportamento;
- Realizar simulações numéricas com o método dos elementos finitos em regime não linear com o objetivo de acessar perfil de tensão deformação de bielas isoladas de concreto simples em forma de garrafa pós fissuração;
- Realizar modelagem numéricas com o método dos elementos finitos em regime não linear para variados níveis de expansão e formular um entendimento de como as expansões afetam o mecanismo de sustentação de cargas do painel investigado.

## **1.4 Delimitações do Trabalho**

O estudo realizado na dissertação se limitou à investigação do comportamento estrutural de bielas em forma de garrafa em painéis isolados de concreto estrutural não armado ensaiados por Sankovich (2003).

As reações internas de expansão não foram explicitamente modeladas, mas sim foram consideradas através dos efeitos que as expansões exercem sobre as propriedades de resistência e deformação do concreto, de acordo com as pesquisas de Sanchez (2014, 2015, 2016, 2017 e 2018).

A obtenção das propriedades mecânicas do concreto foi conduzida com recurso às normas do ACI e do CEB, sendo esta última muito próxima à NBR 6118 (2014) quando das orientações para a obtenção destas propriedades.

O critério de dano que foi utilizado por Alfarah et al. (2017) onde os danos são sensíveis ao comprimento da malha, às energias de fraturas em compressão e em tração e à relação entre a deformação plástica e inelástica em compressão.

## **1.5 Organização da Dissertação**

A Dissertação está estruturada em 6 (seis) capítulos. No primeiro, são apresentados a introdução e sua justificativa, a declaração do tema da pesquisa, os materiais e métodos utilizados, a declaração do objetivo geral e dos objetivos específicos, as delimitações do trabalho e a organização da dissertação.

No Capítulo 2, apresenta-se a revisão bibliográfica com uma revisitação dos modelos de bielas e tirantes aplicados a blocos rígidos de concreto sobre estacas. Esse capítulo contempla, adicionalmente, uma discussão sobre os ensaios de bielas de concreto em forma de garrafa e uma breve revisão sobre as reações de expansão no concreto com foco na reação álcali agregado.

No Capítulo 3 são apresentados os fundamentos modelo de plasticidade do dano utilizado - *Concrete Damaged Plasticity Model* - CDPM - com informações que permitem a compreensão de suas potencialidades e limitações. Esse capítulo contempla, adicionalmente a apresentação dos detalhes da representação física do comportamento do concreto no regime de tração e compressão e também a descrição detalhada das características dos elementos finitos utilizados nas diversas modelagens numéricas realizadas na pesquisa. O capítulo também apresenta o detalhamento completo das duas rotinas desenvolvidas na pesquisa que servem como geradoras dos inputs do CDPM.

No Capítulo 4 é apresentado em detalhes os ensaios experimentais realizados por Sankovich (2003), com o detalhamento da instrumentação realizada, resultados obtidos pelo autor e outros resultados apresentados em um relatório subsequente do mesmo autor com a participação de outros autores (Brown et al, 2006).

No Capítulo 5 são apresentadas de maneira detalhada as diversas análises numéricas realizadas. Nele estão contemplados uma descrição pormenorizada dos modelos numéricos (geometria, carregamentos e condições de contorno).

No Capítulo 6 é apresentado a análise e discussão de resultados. Em uma seção se trata a validação do modelo, na próxima um histórico dos resultados, e nas posteriores os resultados das simulações com redução mecânica das propriedades do concreto.

Por último, no Capítulo 7, apresentam-se as conclusões obtidas no desenvolvimento desta dissertação e sugestões de temas para desenvolvimento de pesquisas futuras sobre o tema investigado.

# CAPÍTULO 02

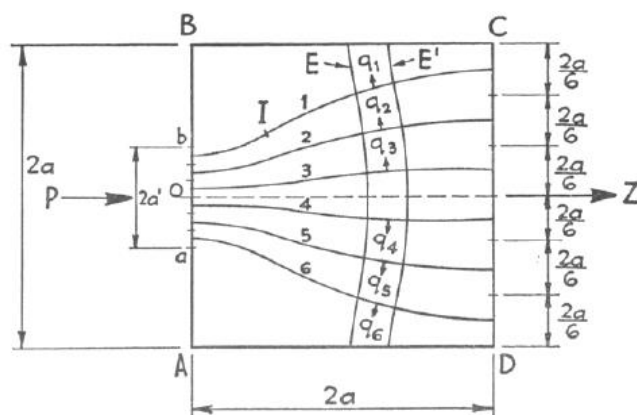
## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Blocos Parcialmente Carregados

As tensões nos blocos parcialmente carregados não são distribuídas uniformemente. Fusco (1995), afirma que ao longo do comprimento de perturbação (extensão que da peça no eixo de aplicação da carga) as tensões longitudinais serão de compressão e serão seguidas por tensões transversais de tração. A Figura 2.1 mostra um esquema de planos de tensão, para facilitar os conceitos aqui apresentados. O comprimento de perturbação pode ser visto na Figura 2.1 como sendo  $2a$ , e fisicamente é a extensão das tensões do ponto de aplicação da carga até sua regularização. A área de restrição compreende a superfície de aplicação da carga, que por se tratar de um carregamento parcial tem que ser menor que as dimensões da peça; na Figura 2.1 a área de restrição é  $2a'$ . O comprimento de perturbação, segundo o princípio de Saint Venant, deverá ser guiado pela maior dimensão da seção da aplicação da carga. A Figura 2.1 mostra essa tendência, a carga  $P$  é aplicada de forma parcial no lado esquerdo Figura, observa-se que  $2a'$  (área de restrição e aplicação da carga) é menor que  $2a$  (comprimento da peça no eixo  $AB$ ), logo as tensões formadas por esse carregamento são representadas pelas linhas  $I$  e  $E$  e  $E'$ , onde as linhas  $I$  representam tensões de compressão e as linhas  $E$  e  $E'$  tensões de tração. Os componentes de tração  $E$  e  $E'$  surgem da dispersão das tensões de compressão  $I$ , e essas tensões de compressão se estendem ao longo da peça até um comprimento  $2a$  (que é o comprimento de perturbação) onde nesse ponto se regulariza ao longo da peça.

Quando a carga é aplicada na área de restrição, nas regiões próximas dessa área as tensões são de compressão, contudo conforme essas tensões vão se afastando, há um maior espaço para a dispersão, gerado pela descontinuidade da restrição do carregamento. Esse espaço mais amplo gera inclinações nessas tensões de compressão que vão se dispersando, como citado anteriormente, ante a regularização. O resultado da inclinação dessas tensões de compressão é o surgimento de tensões de tração que são perpendiculares ao eixo de aplicação da carga (linhas  $E$  e  $E'$ ); estes componentes de tração faz com que haja uma

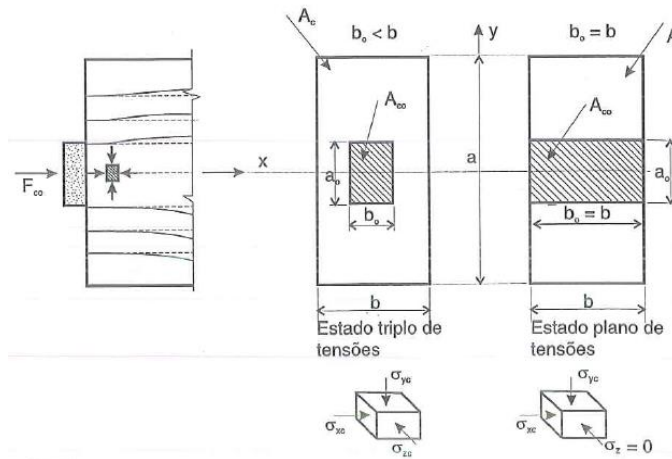
possibilidade de ruptura por fendilhamento, caso o valor da tensão de tração exceda a resistência à tração do concreto.



**Figura 2.1 - Campos de Tensão em Bloco Parcialmente Carregado, Guyon (1953)**

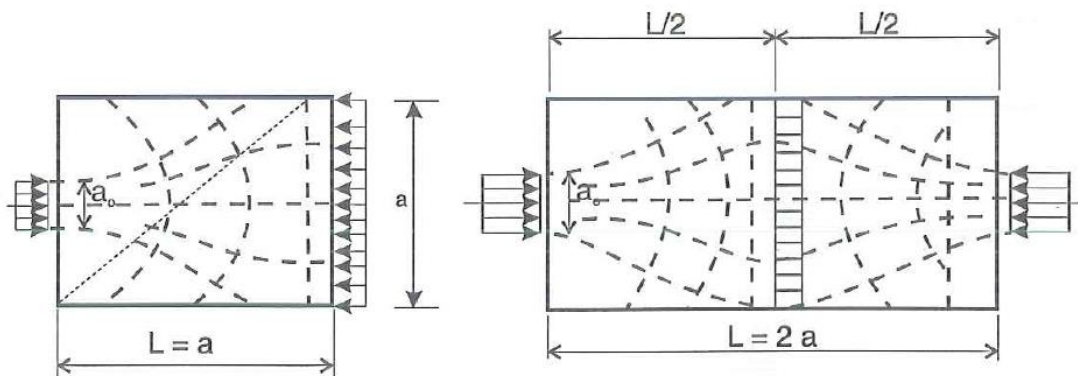
Uma observação que merece destaque é o fato de que os blocos parcialmente carregados têm uma capacidade resistente maior do que um prisma totalmente comprimido. Isso ocorre por conta das tensões transversais de compressão próximas a face de carregamento que se manifestam nos blocos parcialmente comprimidos. Esse efeito surge devido a inclinação das bielas aliada a uma contenção transversal dada pela própria peça que recebe a carga externa.

A relação entre a seção que recebe a carga (área de restrição) e a seção transversal da peça é um parâmetro importante. Com efeito, quando todas as dimensões da área de restrição são menores do que a área da seção transversal do bloco (um exemplo prático é um bloco de concreto que tem um pilar no centro) há um estado triplo de tensão, com bielas tridimensionais. Quando a restrição no carregamento é feita em apenas uma dimensão (normalmente a longitudinal) o bloco parcialmente carregado é representado por estados planos, e há uma simplificação numérica, uma vez que as bielas geradas são bidimensionais, e o efeito máximo de cintamento pode ser estimado em um acréscimo de 25%. A Figura 2.2 mostra uma representação dos dois estados de tensão referidos em questão.



**Figura 2.2 - Estado de tensões, Fusco (1995)**

As condições de contorno influenciam bastante na regularização das tensões de compressão. A Figura 2.3 apresenta duas condições de contorno distintas e que modificam a regularização das tensões compressivas. Na Figura 2.3a os apoios são distribuídos por toda a dimensão  $a$  da peça, o que gera reações de apoio em toda esta dimensão; nesta situação a zona de regularização toma toda peça e só ocorre a regularização próxima dos apoios. A Figura 2.3b os apoios, assim como a carga, são distribuídos parcialmente na mesma dimensão da carga; isto decompõe a zona de regularização simetricamente, fazendo com que a regularização ocorra no centro da peça.



**Figura 2.3 - Zonas de regularização de tensões, Fusco (1995)**

As tensões representadas na Figura 2.3b são a configuração das bielas em forma de garrafa, que são objeto de estudo desta pesquisa. A próxima seção irá trazer um breve comentário sobre este elemento presente no modelo biela e tirante, e formado nas regiões-D.

## 2.2 Método das Bielas e Tirantes

O método das bielas e tirantes é uma estratégia para permitir uma compreensão mais clara do comportamento das estruturas de concreto. Nele, o comportamento efetivo das estruturas de concreto armado em que as forças percorrem campos de tensões de compressão interligados por tensões de tração é idealizado concentrando as tensões em elementos unidimensionais. As tensões de compressão em bielas e as tensões de tração em tirantes, conectando-os por nós.

As tensões admissíveis das bielas e nós são determinadas a partir de observações empíricas e são comparadas com as tensões atuantes dentro do elemento estrutural em estudo. O método é amplamente utilizado em regiões onde há uma descontinuidade, como é o caso dos blocos parcialmente carregados.

O grande atrativo para o seu uso é o conservadorismo de seus resultados, uma vez que o mesmo está em consonância com a teoria do limite inferior da plasticidade. Segundo Nielson (1998), a teoria do limite inferior da plasticidade se baseia na hipótese de que a carga não causará colapso no corpo se sua magnitude permitir estimar uma distribuição de tensão que corresponda às tensões dentro da superfície de escoamento e mantenha o equilíbrio interno e externo no elemento. Assim sendo, esta teoria estima que a capacidade de carga será menor ou igual a carga real de colapso da estrutura.

Da década de 30 ao início da década de 70, o modelo biela e tirante foi pouco estudado, contudo entre os anos de 1970 e 1980 houve uma importante retomada das pesquisas com trabalhos de destaque na temática tais como as pesquisas de Mitchell e Collins (1974) e Ramirez e Breen (1983) que adotaram o modelo para estudar o cisalhamento, a flexão e a torção em elementos de concreto armado.

Uma contribuição relevante foi a utilização do método das bielas e tirantes para uma abordagem unificada de todas as regiões de uma estrutura. Schlaich et al. (1987) defendem a implementação de tal estratégia, utilizando o Método dos Elementos Finitos. O resultado foi a comprovação de que o modelo conseguiu prever o comportamento na ruptura do concreto, tanto nas Regiões-B quanto nas Regiões-D.

São nas Regiões-D que o modelo biela e tirante é mais eficaz e o trabalho de Schlaich et al. (1987) foi capaz de gerar diretrizes de dimensionamento, limitações de tensão para o

comportamento dúctil e exemplos extensivos de projeto. O MBT foi incorporado em muitas normas de projeto de estruturas de concreto armado e protendido como um método eficiente e seguro para o projeto e detalhamento de Regiões-D. A inclusão do Apêndice A - Modelos de Bielas-Tirantes - no ACI-318-02, aumenta o nível de reconhecimento do método como uma ferramenta para analisar e detalhar as Regiões-D. A próxima subseção trata de uma explicação mais direcionada as bielas em forma de garrafa.

### 2.2.1 Bielas em Forma de Garrafa

A configuração das bielas de compressão depende das condições de contorno em que a peça está submetida. A Figura 2.4 apresenta três tipos de bielas, que são formadas por três tipos distintos de condição de contorno. Se a superfície de aplicação de carga e a superfície de apoio tem a mesma dimensão da seção transversal da peça, as bielas são prismáticas (Figura 2.4a); quando a superfície de carga tem uma dimensão igual a seção transversal da peça e maior que a superfície de apoio, as bielas são em forma de leque (Figura 2.4c); contudo se ambas as superfícies foram restritas, menor que a dimensão transversal da peça, as bielas formadas são em forma de garrafa.

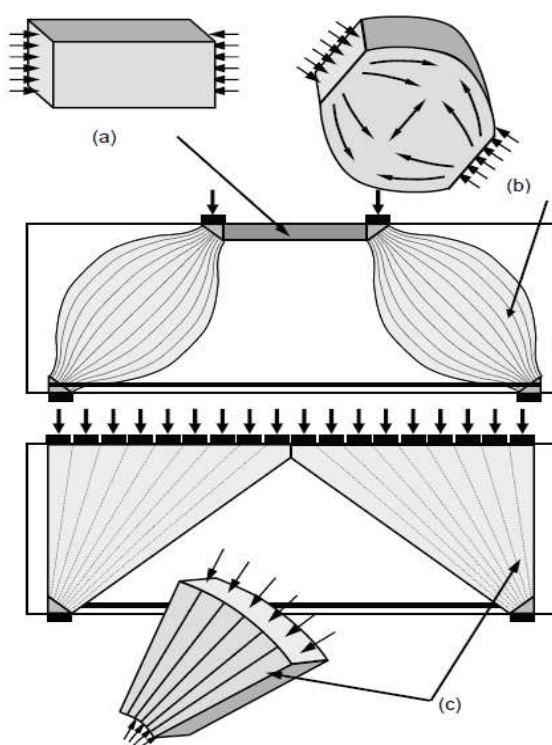
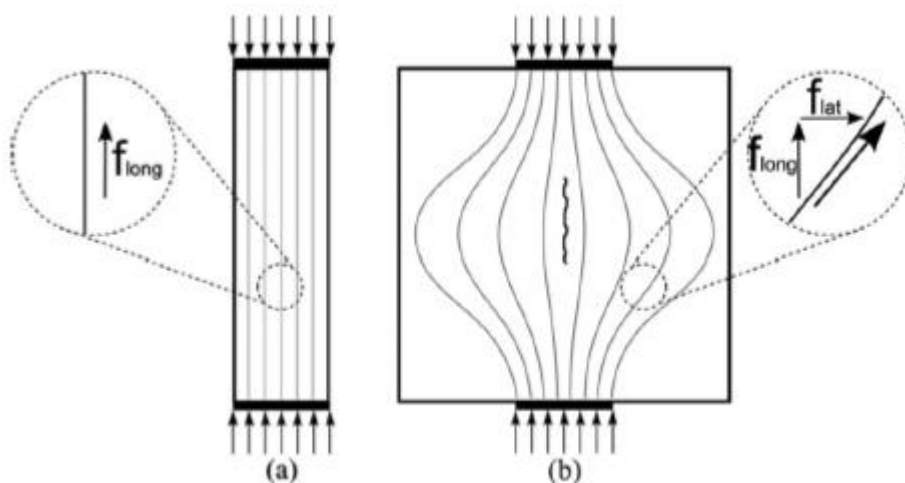


Figura 2.4 - Tipos de bielas (a) prismáticas (b) em forma de garrafa (c) em forma de leque, Brown et al. (2016)



As bielas em forma de garrafa são resultadas de uma descontinuidade existente pela restrição na área de carregamento e apoios. Se essa restrição ocorre em uma dimensão, as bielas em forma de garrafa têm a configuração 2-D, pois na dimensão em que a área de aplicação de carga é igual a peça, as tensões se distribuem uniformemente. A Figura 2.5 mostra a diferença nas tensões internas de uma biela prismática (Figura 2.5a) e uma biela em forma de garrafa (Figura 2.5b). Na Figura 2.5b há uma fissura vertical localizada no centro no painel, originária de uma tensão horizontal de tração ( $f_{lat}$  na Figura); essa fissura é uma falha comumente relatadas por pesquisadores que realizaram experimentos com bielas em forma de garrafa.



**Figura 2.5 - Tensões internas em (a) biela prismática (b) biela em forma de garrafa dispersão 2-D, Laughery e Pujol (2015)**

Segundo Laughery e Pujol (2015), a engenharia aceita amplamente a tese de que as bielas em forma de garrafa têm menor resistência do que as bielas prismáticas, devido a dispersão das tensões que geram essa tensão de tração, causadora do fendilhamento do painel. Contudo, em seus experimentos com painéis sem aço, os autores concluem que esse consenso, seus resultados não mostraram uma tendência clara de uma disparidade entre os modelos.

As bielas em forma de garrafa são elementos presentes nos blocos de fundação, e compreender a importância deste elemento, quando afetado por reações internas de expansão é fundamental é a ênfase desta pesquisa. A próxima seção trata dos efeitos das reações interna de expansão no concreto.

## **2.3 Os Efeitos das Reações Expansivas Internas nas Propriedades de Resistência e Deformação do Concreto**

As pesquisas que têm investigado os efeitos das reações internas de expansão em elementos de concreto realçam que estas reações afetam de maneira importante as propriedades mecânicas do concreto. Com efeito, Sanchez et al. (2018) afirma que parte do desafio dos engenheiros civis, além do conhecimento do nível de expansão a que as estruturas estão expostas, é entender como as propriedades mecânicas são afetadas por estas expansões e, adicionalmente, como esta ação interfere na durabilidade das estruturas de concreto.

Nos trabalhos de Mielich et al. (2016) e Reinhardt et al. (2018) é evidenciado a pouca interferência das reações de expansão na resistência à compressão do concreto. Em algumas situações, os autores observaram um certo incremento dessa resistência em concreto afetados por expansões internas. Os autores ponderam, entretanto, que é necessária cautela na utilização de seus achados porque os resultados que obtiveram estão restritos aos tipos de agregado utilizados nos experimentos.

Sobrinho (2012) realizou ensaios em painéis extraídos de blocos sobre estacas de concreto afetadas por reações internas de expansão e reportou uma redução máxima de 34,7% da resistência à tração e 23% do módulo de elasticidade.

Mielich et al. (2016) estudou a influência da solução de NaCl como fonte externa de álcalis no comportamento de fluência do concreto. Reportaram expansão superior a 0,5 mm/m após seis ciclos. O módulo de elasticidade após 252 dias apresentou uma redução de 17%.

Para Reinhardt et al. (2018), as expansões internas no concreto são dependentes do tipo de agregado graúdo utilizado. Reportaram, adicionalmente, que em todos os agregados utilizados na pesquisa a resistência à compressão do concreto aumentou. No que diz respeito à resistência à tração, reportaram uma redução na ordem de 75%.

Pesquisas relevantes desenvolvidas por Sanchez et. al. (2017) e Sanchez et al. (2018) serão descritas a seguir em item separado porque na opinião do autor da presente pesquisa de mestrado elas se constituem a mais significativa campanha experimental realizada sobre os efeitos da expansão internas em elementos de concreto. Adicionalmente, os resultados

obtidos pelos autores foram utilizados para simular os efeitos das expansões internas em painéis de concreto parcialmente comprimidos.

### **2.3.1 Experimentos de Sanchez et al. (2017 e 2018)**

A pesquisa de Sanchez et al. (2017) reporta os resultados da evolução dos danos causados por reação álcalis sílica (RAS) em uma análise multinível. Os autores utilizaram agregados de diversas partes do mundo para fazer suas misturas e utilizaram três resistências características do concreto (25, 35 e 45 MPa). Os principais achados desta pesquisa são sumarizados a seguir:

- Alterações no Módulo de Elasticidade do Concreto
  - Para níveis baixos a moderados de expansão (entre 0,04% e 0,11%), foram observadas reduções no módulo de elasticidade no intervalo de 5 a 30%;
  - Para níveis elevados de expansão (da ordem de 0,20%), foram observadas reduções no módulo de elasticidade no intervalo de 40 a 65%;
  - O comportamento apresentado acima foi observado em todos os painéis testados à exceção daqueles com resistência 45 MPa que apresentaram valores ligeiramente menores.
  
- Alterações na Resistência à Tração do Concreto
  - Para níveis baixos a moderados de expansão (entre 0,04% e 0,11%), foram observadas reduções na resistência à tração no intervalo de 12 a 70%;
  - Para níveis elevados de expansão (da ordem de 0,20%), foram observadas reduções na resistência à tração no intervalo de 50 a 70%;
  - Os concretos que tiveram reduções de até 40% nas expansões baixas, seguiram uma tendência crescente de redução nas expansões elevadas chegando a uma porcentagem de aproximadamente 70%; inversamente, os painéis que tiveram reduções superiores a 40% nos primeiros níveis de expansão, não resultaram em reduções significativas maiores com o aumento da expansão.
  
- Alterações na Resistência à Compressão do Concreto
  - Observou-se uma redução moderada conforme a expansão aumentava;
    - Redução máxima de 10% em uma expansão de 0,05%;
    - Redução entre 10-20% em uma expansão de 0,12%;

- Redução entre 20-30% para níveis de expansão acima de 0,20%.

A Tabela 2.1 traz um resumo das reduções nas propriedades mecânicas do concreto com as reações expansivas e a Tabela 2.2 traz as mesmas informações da Tabela 2.1 para agregados provenientes de Recife. Os resultados obtidos pela Tabela 2.1 e 2.2 serão utilizados como insumo para as reduções da presente pesquisa.

Os resultados reportados acima são importantes contribuição para o entendimento da influência das expansões internas nas propriedades mecânicas do concreto e são informações de relevância para simulações numéricas deste fenômeno.

**Tabela 2.1 - Grau de dano pela RAA no concreto**

Grau de Dano	Nível de Expansão (%)	Redução devida à RAA (%)		
		E	$f_{ct}$	$f_c$
Negligenciável	0,00 – 0,03	-	-	-
Marginal	0,04 ±0,01	0,10 – 0,30	0,15 – 0,60	0,00 – 0,10
Moderado	0,11 ±0,01	0,20 – 0,45	0,30 – 0,65	0,05 – 0,15
Alto	0,20 ±0,01	0,30 – 0,60	0,45 – 0,70	0,10 – 0,25
Muito Alto	0,30 ±0,01	0,40 – 0,65	0,50 – 0,75	0,18 – 0,35

**Fonte:** Adaptada de Sanchez et al. (2017)

Por outro lado, a contribuição da pesquisa de Sanchez et al. (2018) complementa a sua pesquisa anterior e contempla os efeitos não só da RAS, mas também da etringita tardia (DEF).

É importante destacar que é relativamente frequente se encontrar pesquisas que analisam os mecanismos de expansão associados à RAS e à DEF separadamente, aspecto que possibilita uma visão individual de como cada mecanismo afeta o concreto. Contudo, é raro se encontrar trabalhos de pesquisa que, para além de analisar os mecanismos isolados, considerem a ocorrência simultânea e isolada dos três fenômenos.

Com este escopo, Sanchez et al. (2018) apresenta uma avaliação abrangente de danos de amostras de concreto afetados por RAS e DEF (simples ou associados) confeccionados com

dois agregados reativos a álcalis diferentes, em laboratório. Foram confeccionados concreto com resistência característica à compressão de 35 MPa com a utilização de agregados miúdos e graúdos reativos misturados a agregados graúdos e miúdos não reativos. O cimento utilizado foi Portland convencional (CSA Tipo GU, ASTM tipo I) de alto teor alcalino (0,90% de equivalente alcalino).

**Tabela 2.2 - Grau de dano pela RAA no concreto com agregado de Recife-PE**

Grau de Dano	Nível de Expansão (%)	Redução devida à RAA (%)		
		E	$f_{ct}$	$f_c$
Negligenciável	0,00	-	-	-
Marginal	0,05	0,18	0,25	0,02
Moderado	0,10	0,29	0,40	0,12
Moderado Alto	0,15 ±0,01	0,38	0,48	0,15

Fonte: Adaptada de Sanchez et al. (2017)

Sanchez et al. (2018) ensaiaram noventa e seis painéis para cada tipo de traço de concreto estudado. Os resultados obtidos foram tratados estatisticamente com análise de variância para se avaliar a significância dos resultados dos testes. Os seguintes achados foram reportados:

#### **Para a RAS**

- A redução do módulo de elasticidade para expansões pequenas ficou entre 0,05-0,30%. Todos os traços de concreto apresentaram curvas crescentes de redução ao logo do aumento da expansão, tendo para expansões elevadas ( $\geq 0,20\%$ ) reduções entre 20-50%;
- Na redução da resistência à tração para a expansão de 0,05% as reduções ficaram entre 30-60% e para expansões acima de 0,20% as reduções ficaram entre 55-60%. Nos traços que apresentam alta reduções nos primeiros níveis de expansão, houve uma tendência de nivelamento, contrariamente àqueles que reduziram pouco inicialmente e foram fortemente ascendentes conforme a expansão aumentou;

- Na redução da resistência à compressão para níveis iniciais de expansão, a metade dos traços apresentou um ganho de 5%, enquanto a outra metade reduziu entre 5-10%. Para níveis superiores a 0,20% de expansão a redução ficou entre 12-25%. Para níveis de expansão superiores a 0,30%, as fissuras presentes na pasta de cimento se ligam, formando assim uma rede de fissuras e conduzindo a quedas significativas na resistência à compressão dos materiais afetados em cerca de 35-40%.

### **Para a DEF**

- Os níveis de expansão são significativamente superior quando comparados aos demais mecanismos. No nível de expansão de 0,12% se formam fissuras muito localizadas, o que reduz o módulo de elasticidade em 50% e a resistência à compressão em 10%. Conforme a expansão aumenta e chega no patamar de 0,30%, as fissuras existentes aumentam tanto largura como em comprimento, e o surgimento de novas fissuras diminuem, e as reduções do módulo de elasticidade e resistência à compressão são, respectivamente, 60% e 40%. Com o aumento da expansão, as fissuras se unem formando uma rede de fissuras, e para expansões acima de 0,50% ocorre a separação das partículas agregadas, fazendo a redução do módulo de elasticidade alcançar o patamar de 85% e a resistência à compressão 50%. No acoplamento entre DEF e RAS as curvas seguem o comportamento das misturas só com DEF, contudo para o módulo de elasticidade o acoplamento começa com reduções significativas nos primeiros níveis de expansão ficando entre 48-58% de redução para expansões inferiores a 0,10%. Contudo conforme os níveis de expansão vão aumentando, há uma tendência de nivelamento das reduções, fazendo com que no final as reduções das misturas acopladas fossem inferiores às respectivas misturas só com a DEF.

A Tabela 2.3 apresenta um resumo das reduções nas propriedades mecânicas dos concretos reportadas encontradas por Sanchez et al. (2018).

**Tabela 2.3 - Grau de dano por mecanismos de expansão interna no concreto**

Mecanismo de Expansão	Grau de Dano	Nível de Expansão (%)	Redução devida à RAA (%)		
			E	$f_{ct}$	$f_c$
RAS	Marginal	0,04 ±0,01	0,05 – 0,37	0,15 – 0,60	0,00 – 0,15
	Moderado	0,11 ±0,01	0,20 – 0,50	0,40 – 0,65	0,00 – 0,20
	Alto	0,20 ±0,01	0,35 – 0,60	0,45 – 0,80	0,13 – 0,25
	Muito Alto	0,30 ±0,01	0,40 – 0,67	-	0,20 – 0,35
DEF DEF + RAS	Moderado	0,11 ±0,01	0,35 – 0,56	-	0,09 – 0,34
	Muito Alto	0,30-0,50	0,55 – 0,62	-	0,29 – 0,43
	Ultra Alto	0,50-1,00	0,56 – 0,77		0,40 – 0,47
		≥ 1,00	0,60 – 0,86		0,40 – 0,50

**Fonte:** Adaptada de Sanchez et al. (2017)

## CAPÍTULO 03

### 3. O MODELO DE PLASTICIDADE DO DANO DO CONCRETO - CDPM

A simulação numérica do comportamento de estruturas de concreto não se constitui numa tarefa de simples compreensão e implementação. Variados fenômenos relacionados à própria reologia do material associadas a interação do concreto com o aço (concreto armado) concorrem para emprestar uma particular complexidade que não são frequentes em outros materiais de construção. Dentre esses fenômenos merecem destaque: os seguintes: *a microfissuração do concreto que ocorre nas primeiras idades como consequência de não conformidades no seu processo de cura, a fissuração em regime de tração do material que se origina dos carregamentos que lhe são impostos, heterogeneidade e anisotropia dos constituintes do concreto, os fenômenos envolvidos na aderência aço-concreto; o comportamento reológico do concreto que gera alterações em suas propriedades de resistência e deformação com o tempo.*

Tendo em vista os aspectos referidos acima, os modelos de representação computacional do comportamento do concreto costumam envolver na sua formulação abordagens variadas como estratégia de capturar a influência da maior parte dos fenômenos reportados.

Na prática da pesquisa avançada da resposta de estruturas de concreto submetidas a variadas condições de carregamentos com recurso a análises numéricas computacionais, há uma relativa disponibilidade de *softwares*, a maior parte fundamentado no Método dos Elementos Finitos (MEF), merecendo destaque por seu uso largamente difundido os seguintes: ABAQUS, ADYNA, ANSYS, COMSOL, DIANA, NASTRAN e PATRAN.

As modelagens numéricas realizadas ao longo do desenvolvimento da dissertação utilizaram o modelo fundamentado na abordagem de dano, desenvolvido com base na teoria de plasticidade, implementada no programa ABAQUS (Hibbit et al, 2012) sob a denominação de Concrete Damaged Plasticity Model (CDPM). Trata-se de um modelo robusto de representação física do comportamento do concreto, em regime de tração e de compressão, que incorpora o conceito de dano elástico isotrópico para a descrição do comportamento não



linear do concreto. Foi inicialmente concebido por Lubliner et al. (1989) e modificado, posteriormente, por Lee e Fenves (1998).

A definição de um modelo numérico baseado na Teoria da Plasticidade demanda a explicitação de um critério de escoamento, a formulação de uma lei constitutiva de endurecimento/amolecimento e o estabelecimento de uma lei de fluxo. Cada um desses tópicos será abordado nas seções seguintes porque esses conceitos servirão de base para as discussões futuras acerca do Modelo CDP do ABAQUS.

### 3.1 Decomposição Aditiva do Campo de Deformações Totais

A decomposição aditiva da deformação total é um fundamento dos modelos fundamentados na Teoria da Plasticidade. Ela se expressa a partir da Equação 3.1 a seguir:

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl} \quad \text{Equação 3.1}$$

onde:

$\varepsilon$  é a deformação total que é decomposta em duas parcelas: uma elástica -  $\varepsilon^{el}$  - e uma plástica -  $\varepsilon^{pl}$ , usualmente referida como *Plastic Strain* (PE).

Analogamente a decomposição aditiva da deformação total de aplicação do modelo, a taxa de deformação que consiste na consideração do gradiente da velocidade da deformação, é calculada conforme equação 3.2, da seguinte maneira:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{el} + \dot{\varepsilon}^{pl} \quad \text{Equação 3.2}$$

onde:

$\dot{\varepsilon}$  é a taxa das deformações totais;

$\dot{\varepsilon}^{el}$  a taxa de deformações elásticas e

$\dot{\varepsilon}^{pl}$  a taxa de deformações plásticas.

O comportamento não linear do concreto se fundamenta no conceito de dano elástico isotrópico como estratégia para a representação da degradação da rigidez do material em conjunto com o dano irreversível, que se manifesta durante o processo de ruptura do material, em combinação com plasticidade isotrópica para descrever os mecanismos de dano - *i.e.*: amolecimento em regime de tração e esmagamento em regime de compressão.

Os modelos de dano locais assumem que o comportamento não linear é controlado por dois mecanismos diferentes, um em tração e outro em compressão.

Para estabelecer as equações constitutivas elasto-plásticas do modelo são utilizadas uma superfície de escoamento inicial, uma lei de endurecimento, uma lei de fluxo não associativa e uma função de potencial plástico hiperbólica de Drucker-Prager.

## 3.2 Comportamento Mecânico do Modelo

O modelo admite que os principais mecanismos de ruptura do concreto são a fissuração em tração e o esmagamento em compressão. A evolução da superfície de ruptura é controlada por duas variáveis de endurecimento  $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$  e  $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ , associadas aos mecanismos de ruptura em tração e em compressão, respectivamente, e são usualmente referidas como *deformações plásticas equivalentes* em tração e em compressão.

### 3.2.1 Comportamento Uniaxial em Tração e em Compressão

O modelo assume que a resposta do concreto em tração e compressão axial é caracterizada pela plasticidade do dano, conforme ilustrado no Gráfico 3.1 (a) e (b) a seguir.

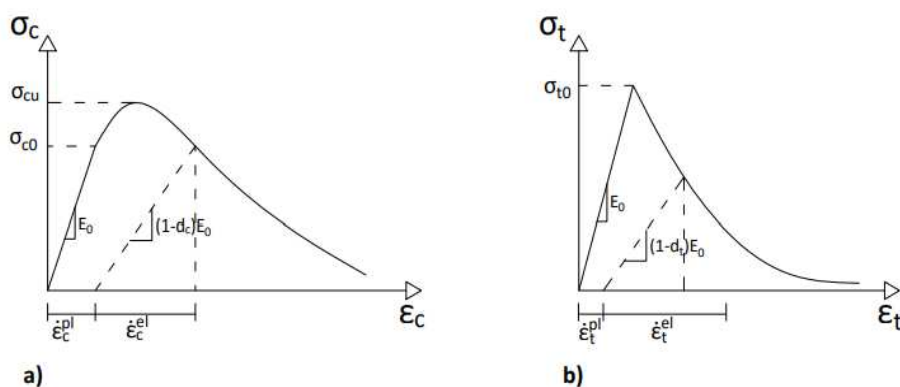


Figura 3.1 - Resposta uniaxial do concreto (a) em compressão (b) em tração, Hibbit et al. (2012)

Conforme se observa do Gráfico 3.1 (b), a resposta do concreto em tração uniaxial, em termos da relação tensão-deformação, é, inicialmente, linear até que a tensão atuante atinja o limite de ruptura do material em tração -  $\sigma_{t0}$ . A tensão de ruptura corresponde ao início da formação do processo de microfissuração no material concreto.

Para além desse valor de tensão de ruptura, a formação de microfissuras é representada macroscopicamente através do fenómeno do amolecimento na resposta tensão-deformação do material, que induz deformação localizada na estrutura do concreto. O modelo CDP inclui nas suas funções constitutivas a regularização visco-plástica, para levar em consideração a deformação localizada, através de controle de estados de deformação dos pontos.

Em regime de compressão uniaxial - Gráfico 3.1 (a) - a resposta do material é linear até que seja atingido o valor de tensão correspondente ao limite de escoamento do material -  $\sigma_{c0}$ . No trecho plástico, a resposta é caracterizada por um comportamento de endurecimento seguido de um comportamento de amolecimento, após a tensão de ruptura do material em compressão -  $\sigma_{cu}$ .

Essas representações fenomenológicas do comportamento do concreto em tração e compressão uniaxiais, não obstante serem relativamente simplificadas, capturam de maneira muito eficiente a resposta do material quando submetido aos dois estados de tensão discutidos.

Na formulação do modelo, as curvas tensão-deformação uniaxiais podem ser convertidas em curvas tensão-deformação plásticas. Essa conversão é realizada de maneira automática no ABAQUS a partir dos dados de tensão-deformação inelástica fornecido pelo usuário, utilizando as Equações 3.3 e 3.4 a seguir.

$$\sigma_t = \sigma_t(\varepsilon_t^{\sim pl}, \varepsilon_t^{*pl}, \theta, f_i) \quad \text{Equação 3.3}$$

$$\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c^{\sim pl}, \varepsilon_c^{*pl}, \theta, f_i) \quad \text{Equação 3.4}$$

onde:

os subscritos  $t$  e  $c$  se referem à tração e compressão, respectivamente;

$\varepsilon_t^{\sim pl}$  e  $\varepsilon_c^{\sim pl}$  são as deformações plásticas equivalentes;

$\varepsilon_t^{*pl}$  e  $\varepsilon_c^{*pl}$  são as taxas de variação das deformações plásticas equivalentes;

$\theta$  é a temperatura e  $f_i (i = 1, 2, \dots)$  são outras variáveis de campo predefinidas.

Como pode ser observado nos Gráficos 3.1, uma vez que o concreto é descarregado a partir de algum ponto no trecho de amolecimento da curva tensão x deformação, a resposta de

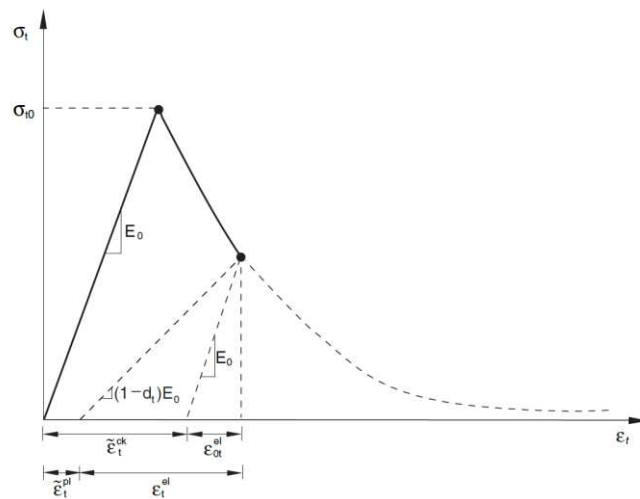
descarregamento do material é *enfraquecida* e sua rigidez elástica se degrada. A degradação da rigidez elástica do concreto é introduzida, por sua vez, mediante recurso a dois parâmetros de dano que são dependentes das deformações plásticas, temperatura e demais variáveis de campo, conforme Equações 3.5 e 3.6 a seguir.

$$d_t = d_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl}, \theta, f_i); \quad 0 \leq d_t \leq 1 \quad \text{Equação 3.5}$$

$$d_c = d_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}, \theta, f_i); \quad 0 \leq d_c \leq 1 \quad \text{Equação 3.6}$$

### 3.2.2 Comportamento Não-linear em Tração

O comportamento não-linear em tração é representado no Gráfico 3.2. O trecho não-linear começa após a carga de pico, e consiste no decrescimento da curva por meio da perda de rigidez devido dano plástico. A relação que governa este trecho é a tensão de tração e a deformação inelástica, que são dados de entrada do modelo. Pelas Equações 3.7 e 3.8 se calcula a deformação inelástica. Pela Equação 3.9 se calcula a deformação plástica.



**Figura 3.2 - Definição da deformação inelástica e plástica de tração, Hibbit et al. (2012)**

$$\tilde{\varepsilon}_t^{ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t0}^{el} \quad \text{Equação 3.7}$$

$$\varepsilon_{t0}^{el} = \frac{\sigma_t}{E_0} \quad \text{Equação 3.8}$$

$$\tilde{\varepsilon}_t^{pl} = \tilde{\varepsilon}_t^{ck} - \frac{d_t}{(1-d_t)} \frac{\sigma_t}{E_0} \quad \text{Equação 3.9}$$

### 3.2.3 Comportamento Não-linear em Compressão

O comportamento não-linear em tração é representado no Gráfico 3.3. O trecho não-linear começa após a carga do limite elástico ( $\sigma_{c0}$  no Gráfico 3.3), e cresce até a carga de pico, onde após há o decrescimento da curva por meio da perda de rigidez devido dano plástico. A relação que governa este trecho é a tensão de tração e a deformação inelástica, que são dados de entrada do modelo. Pelas Equações 3.10 e 3.11 se calcula a deformação inelástica. Pela Equação 3.12 se calcula a deformação plástica.

$$\tilde{\varepsilon}_c^{in} = \varepsilon_c - \varepsilon_{c0}^{el} \quad \text{Equação 3.10}$$

$$\varepsilon_{c0}^{el} = \frac{\sigma_c}{E_0} \quad \text{Equação 3.11}$$

$$\tilde{\varepsilon}_c^{pl} = \tilde{\varepsilon}_c^{in} - \frac{d_c}{(1-d_c)} \frac{\sigma_c}{E_0} \quad \text{Equação 3.12}$$

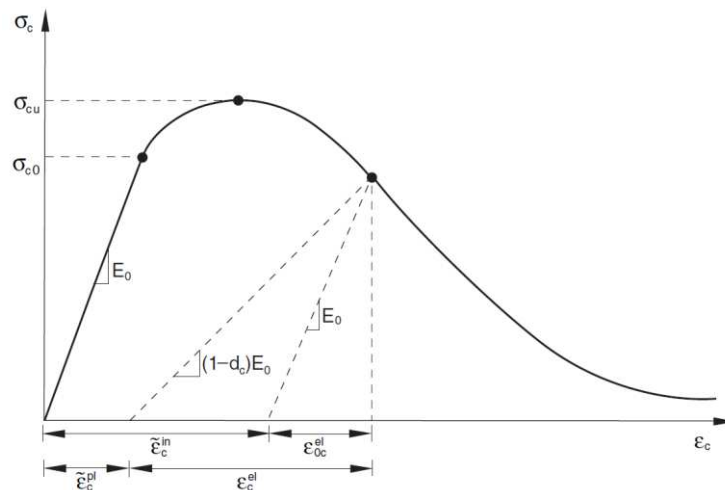


Figura 3.3 - Definição da deformação inelástica e plástica de compressão, Hibbit et al. (2012)

### 3.3 Lei de Fluxo e Critério de Escoamento

A lei de fluxo é a função hiperbólica de Drucker-Prager, que é apresentada pela Equação 3.13; a Figura 3.1 representa a função. A Equação 3.14 apresenta a tensão hidrostática efetiva,  $\underline{p}$ , enquanto a Equação 3.15 a equação equivalente de Mises efetiva,  $\underline{q}$ , e a Equação 3.16 o tensor desviador de tensão efetivo,  $\underline{S}$ .

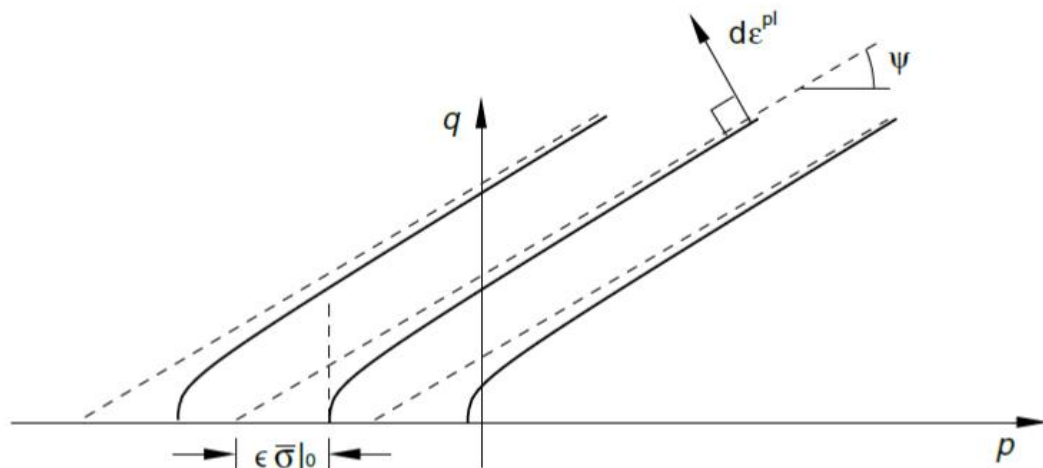
$$G = \sqrt{(\epsilon \cdot \sigma_{t0} \cdot \tan \psi)^2 + \underline{q}^2} - \underline{p} \cdot \tan \psi \quad \text{Equação 3.13}$$

$$\underline{p} = -\frac{1}{3} \text{traço } \underline{\sigma} \quad \text{Equação 3.14}$$

$$\underline{q} = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{S} : \underline{S})} \quad \text{Equação 3.15}$$

$$\underline{S} = \underline{\sigma} + p \cdot I \quad \text{Equação 3.16}$$

Nas equações acima,  $\epsilon$  é a excentricidade,  $\sigma_{t0}$  é tensão de pico na tração,  $\Psi$  o ângulo de dilatação,  $\underline{\sigma}$  é a tensão efetiva e  $I$  é o invariante de tensão.



**Figura 3.4 - Aproximação hiperbólica da função de plastificação de Drucker-Prager, Hibbit et al. (2012)**

A excentricidade é o quanto a função de Drucker-Prager se aproxima assintoticamente da sua projeção reta (linhas tracejadas da Figura 3.1). Segundo Hibbit et al. (2012), se a excentricidade for zero a função se tende a ser uma reta, e aconselham o uso do valor 0.1 como padrão. Uma contribuição relevante é de Jankowiak e Lodygowski (2005) que indicam uma forma de calcular o parâmetro, usando a razão entre resistência à tração e resistência à compressão. Unindo as contribuições, é possível inferir que se o valor da excentricidade foi 0.1, o valor da resistência à tração tem que ser próximo de 10% do valor da resistência à compressão. Segundo Soares (2016), o aumento da excentricidade implicaria uma maior curvatura da função de Drucker-Prager fazendo o aumento do ângulo de dilatação conforme a tensão de confinamento diminui, e contrariamente, a redução pode ocasionar erros de

convergência se o concreto for submetido a baixa pressão de confinamento. O autor continua dizendo que o valor de 0.1 implica que para variáveis níveis de tensão de confinamento o ângulo de dilatação permanece quase que imutável.

Conforme a Figura 3.1 apresenta, o ângulo de dilatação governa a inclinação da superfície de escoamento no decorrer do eixo hidrostático no plano meridional. Para Kmiecik e Kaminski (2011), uma forma de entender fisicamente o ângulo de dilatação é como sendo o ângulo de atrito interno do concreto, sendo assim seu valor entre 36-40°. Soares (2016) contribui dizendo que se o ângulo de dilatação for baixo, o concreto apresentará um comportamento mais frágil, já para valores altos o comportamento será dúctil. Baseado no conhecimento que o concreto tem um comportamento quase-frágil, fundamentando-se também na pesquisa de Vermeer e de Borst (1984), Alfarah et al. (2017) defende o valor de 13°. Se o ângulo de dilatação for zero o material não dilata, e o valor máximo aceito pelo ABAQUS é 56.3°. Para Michal e Andrzej (2015), valores elevados de ângulo de dilatação trarão como respostas deformações volumétricas positivas na zona de compressão, o que irá gerar um aumento irreal da capacidade de carga; os autores recomendam o uso de 5° como ângulo de dilatação. Os pesquisadores que trazem suas contribuições sobre o CDP concordam que um dos desafios do uso do modelo é a calibração do ângulo de dilatação, uma vez que na literatura há uma alta variância entre os pesquisadores, ficando a cargo de cada pesquisa buscar suas estratégias.

O critério de escoamento é guiado pela função de escoamento de Lubliner et al. (1989), com as modificações que foram acopladas por Lee e Fenves (1998). A superfície de escoamento tem a evolução regida pelas deformações plásticas de tração e compressão. A Equação 3.17 apresenta a função de Lubliner et al. (1989) com as modificações de Lee e Fenves (1998).

As Equações 3.18-20 calculam variáveis que são constantes adimensionais determinadas utilizando dados experimentais. A variável  $\alpha$  é a razão entre resistência biaxial de compressão e a tensão limite elástico de compressão; seu valor fica entre 0-0,5, dependente de  $\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$  que tem como valor padrão 1,16, que significa dizer que a resistência biaxial de compressão é 16% maior que a uniaxial. A variável  $\beta$  depende além  $\alpha$ , da tensão coesiva

efetiva em compressão e tração; Alfarah et al. (2017) aponta que essas tensões são  $\sigma_i/(1 - d_i)$ , sendo i sufixo para indicar tração (t) ou compressão (c).

$$F = \frac{1}{1-\alpha} \left( \underline{q} - 3\alpha \underline{p} + \beta(\varepsilon^{\sim pl}) \langle \underline{\sigma}_{m\acute{a}x} \rangle - \gamma \langle \underline{\sigma}_{m\acute{a}x} \rangle \right) - \underline{\sigma}_c(\varepsilon_c^{\sim pl}) = 0 \quad \text{Equação 3.17}$$

Sendo:

$$\alpha = \frac{\sigma_{b0}/\sigma_{c0} - 1}{2(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1} \quad \text{Equação 3.18}$$

$$\beta = \frac{\sigma_c(\varepsilon_c^{\sim pl})}{\sigma_t(\varepsilon_t^{\sim pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad \text{Equação 3.19}$$

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad \text{Equação 3.20}$$

Segundo Soares (2016), a variável  $\gamma$  define o formato do carregamento na superfície de escoamento. Essa variável depende do  $K_c$  que pode ser entendida como a razão no plano desviador da distância do eixo hidrostático e os meridianos de tração e compressão. Alfarah et al. (2017) aponta que o  $K_c$  pode variar de 0.5 (superfície de Rankine) e 1 (superfície de Von Mises); os autores seguem a superfície de Mohr-Coulomb ( $K_c=0,7$ ). Hibbit et al. (2012) sugere o valor de 2/3 para o  $K_c$ ; a Figura 3.2 apresenta as superfícies de escoamento no plano desviador para os citados valores de  $K_c$ .

A superfície de escoamento será mostrada na Figura 3.3. Kupfer et al. (1969) fizeram uma contribuição relevante como experimentos de tensão biaxial e uniaxial; a Figura 3.4 foi retirada do trabalho dos autores e é interessante por mostrar o comportamento da superfície de escoamento nas fases do concreto.

O CDP leva em consideração o comportamento linear e não linear do concreto, onde no amolecimento a rigidez é degradada. É nesta fase da simulação em que podem ocorrer erros na modelagem devido a deformação localizada. Essa deformação localizada pode ser entendida como uma descontinuidade gerada pelo critério de escoamento ter sido atingido em certos pontos, fazendo com que haja locais que estão no comportamento linear, enquanto outros estão no comportamento não-linear.

Uma solução possível para superar este problema é a utilização do método de regularização visco-plástico, conforme sugerido por Duvaut-Lions apud Hibbit et al. (2012). O uso deste método acontece quando o parâmetro viscosidade é inserido; desta forma, as deformações



plásticas e dano são suavizados pelo coeficiente de viscosidade. Soares (2016) afirma que o uso de pequenos valores de viscosidade ajuda na taxa de convergência no regime de amolecimento.

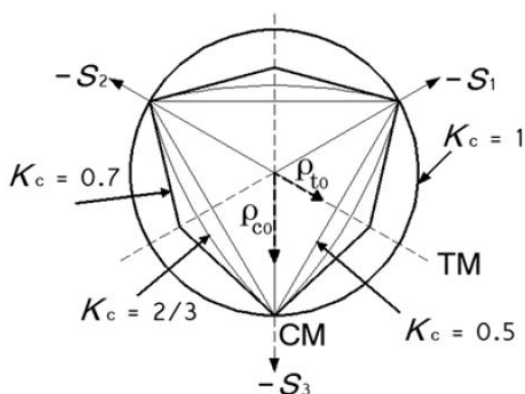


Figura 3.5 - Superfície de escoamento no plano desviador para valores de  $K_c$ , Alfarah et al. (2017)

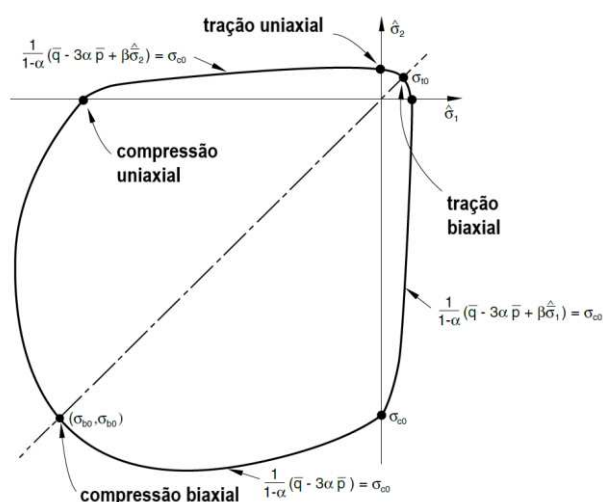


Figura 3.6 - Superfície de escoamento no plano de tensões, Hibbit et al. (2012)

Vale salientar que se a viscosidade é zero a regularização visco-plástico não será utilizada. Segundo Michal e Andrzej (2015), o valor de viscosidade se refere a tempo de relaxação em segundos, e que a utilização de valores altos de viscosidade faz com que a zona de dano se espalhe por diversos elementos finitos. Os autores continuam explicando que esse comportamento limita a propagação de fissuras e torna difuso o padrão das mesmas.

Um ponto que leva bastante atenção dos pesquisadores são os parâmetros de dano na compressão e tração. Esses parâmetros funcionam com a entrada de dados de tensão,

deformação inelástica e dano; o ABAQUS transforma deformação inelástica em deformação plástica e assim é feito todo o critério de dano plástico, onde o concreto perde rigidez conforme o dano aumenta.

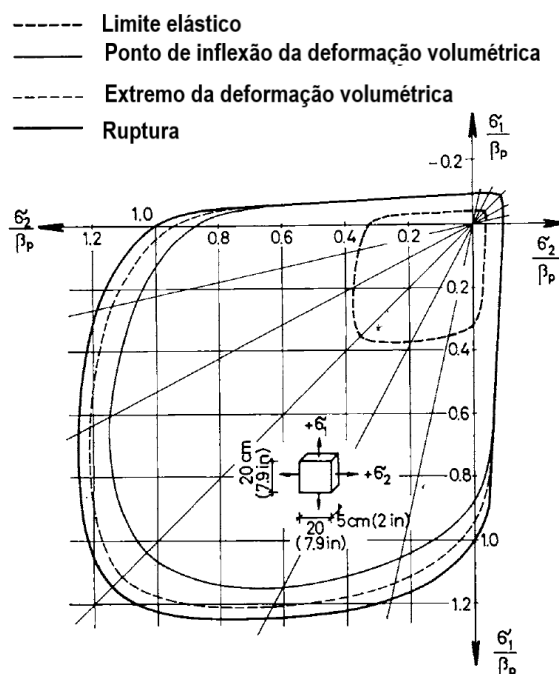


Figura 3.7 - Superfície de escoamento no plano de tensões, Kupfer et al. (1969)

Esse ponto se mostrou particularmente difícil de se obter na literatura, o que encorajou a criação de uma rotina que fosse capaz de gerar os dados necessários para a utilização dos parâmetros de dano na compressão e tração. A próxima seção irá tratar da rotina elaborada no programa MATLAB.

### 3.4 Rotina Para Parâmetros Necessários Para o Modelo CDP

Para a geração dos parâmetros de plasticidade a serem inseridos no modelo CDP foi desenvolvido de uma rotina no MATLAB que teve como base o trabalho de Alfarah et al. (2017) e suas principais características são as seguintes:

- Modifica a formulação de Lubliner et al. (1989) e Lee e Fenves (1998) para obter as variáveis de dano em relação às deformações correspondentes, por meio da integração das energias de fratura e de esmagamento do concreto.

- Exclui a necessidade de calibração experimental. Esse recurso é conseguido por meio de uma interatividade, onde é utilizado um valor médio para a razão entre a deformação plástica de compressão e a deformação elástica de compressão.
- A rotina é de simples execução, uma vez que necessita apenas de três parâmetros de entrada

A contribuição desta pesquisa foi possibilitar a obtenção das propriedades mecânicas a partir do ACI-318 (2014), uma vez que a base do trabalho de Alfarah é o FIB (2010). Isto possibilitou a disponibilização de duas hipóteses para obtenção das propriedades mecânicas do concreto, aspecto que aumenta a probabilidade de adequação do modelo numérico.

### 3.4.1 Descrição da Rotina

A definição inicial de dano é modificada da equação de Lee e Fenves (1998), e é apresentada na Equação 3.21 e 3.22. Como citado anteriormente,  $\varepsilon_c^{ch}$  e  $\varepsilon_t^{ck}$  são respectivamente, deformação elástica de compressão e tração (ou esmagamento e fissura) que são substituídos por suas componentes plásticas originalmente presentes nas equações.

$$dc = \frac{1}{gc} \int_0^{\varepsilon_c^{ch}} \sigma_c d\varepsilon_c^{ch} \quad \text{Equação 3.21}$$

$$dt = \frac{1}{gt} \int_0^{\varepsilon_t^{ck}} \sigma_t d\varepsilon_t^{ck} \quad \text{Equação 3.22}$$

A  $gc$  e  $gt$  são as energias dissipadas pelo dano por unidade de volume ao longo da perda da rigidez. São o equivalente, no ABAQUS, à energia dissipada por volume pelo dano. As fórmulas para essas energias são apresentadas nas equações 3.23 e 3.24.

$$gc = \int_0^{\infty} \sigma_c d\varepsilon_c^{ch} \quad \text{Equação 3.23}$$

$$gt = \int_0^{\infty} \sigma_t d\varepsilon_t^{ck} \quad \text{Equação 3.24}$$

As equações 3.23 e 3.24 podem ser entendidas de forma gráfica como a integral da curva Tensão x Deformação inelástica. É possível relacionar as energias por unidade de volume com as energias por unidade de área utilizando o comprimento equivalente da malha de elemento finito ( $l_{eq}$ ). As Equações 3.25 e 3.26 apresentam essa relação.

As variáveis  $G_{ch}$  e  $G_f$  podem ser definidas como energia de esmagamento e energia de fratura. A fórmula de tensão de Lubliner et al. (1989) é modificada por Lee e Fenves (1998) e geram duas equações separadas para tensão de compressão e tração.

$$g_c = \frac{G_{ch}}{l_{eq}} \quad \text{Equação 3.25}$$

$$g_t = \frac{G_f}{l_{eq}} \quad \text{Equação 3.26}$$

A proposta de Alfarah et al. (2017) foi modificar a equação de Lee e Fenves (1998), modificando as deformações plásticas em inelásticas. As Equações 3.27 e 3.28 apresentam o resultado das modificações.

$$\sigma_c = f_{c0}[(1 + a_c)\exp(-b_c \cdot \varepsilon_c^{ch}) - a_c \cdot \exp(-2b_c \cdot \varepsilon_c^{ch})] \quad \text{Equação 3.27}$$

$$\sigma_t = f_{t0}[(1 + a_t)\exp(-b_t \cdot \varepsilon_t^{ck}) - a_t \cdot \exp(-2b_t \cdot \varepsilon_t^{ck})] \quad \text{Equação 3.28}$$

As variáveis  $f_{c0}$  e  $f_{t0}$  são as tensões limites de escoamento. Para o nível de tensão correspondente a estas tensões, as deformações inelásticas devem ser nulas porque o material ainda se encontra no regime linear.

Há quatro variáveis adimensionais nas Equações 3.27 e 3.28, a saber:  $a_c$ ,  $a_t$ ,  $b_c$  e  $b_t$ . Ao substituir as Equações 3.27 e 3.28, respectivamente, nas Equações 3.23 e 3.24 é possível obter uma nova expressão para  $g_c$  e para  $g_t$  que passam a ser escritas conforme as Equações 3.29 e 3.30 a seguir.

$$g_c = \frac{f_{c0}}{b_c} \left(1 + \frac{a_c}{2}\right) \quad \text{Equação 3.29}$$

$$g_t = \frac{f_{t0}}{b_t} \left(1 + \frac{a_t}{2}\right) \quad \text{Equação 3.30}$$

Ao substituir as Equações 3.25 e 3.26, respectivamente, nas Equações 3.29 e 3.30 é possível obter os valores de  $b_c$  e  $b_t$ . As Equações 3.31 e 3.32 mostram a formulação para uma obtenção das variáveis acima citadas.

$$b_c = \frac{f_{c0} \cdot leq}{G_{ch}} \left(1 + \frac{a_c}{2}\right) \quad \text{Equação 3.31}$$

$$b_t = \frac{f_{t0} \cdot leq}{G_f} \left(1 + \frac{a_t}{2}\right) \quad \text{Equação 3.32}$$

Para a obtenção da equação dos danos na compressão e tração, substitui-se as equações 3.27 e 3.29 na equação 3.21 e as Equações 3.28 e 3.30 na Equação 3.22. Os resultados das substituições serão mostrados nas Equações 3.33 e 3.34, que são as equações base para a obtenção dos danos em compressão e tração utilizados na rotina

$$d_c = 1 - \frac{1}{2+a_c} [2(1+a_c) \exp(-b_c \cdot \varepsilon_c^{ch}) - a_c \cdot \exp(-2b_c \cdot \varepsilon_c^{ch})] \quad \text{Equação 3.33}$$

$$d_t = 1 - \frac{1}{2+a_t} [2(1+a_t) \exp(-b_t \cdot \varepsilon_t^{ck}) - a_t \cdot \exp(-2b_t \cdot \varepsilon_t^{ck})] \quad \text{Equação 3.34}$$

Zerando as derivadas de  $\sigma_c$  e  $\sigma_t$  em relação a, respectivamente,  $\varepsilon_c^{ch}$  e  $\varepsilon_t^{ck}$ , nas Equações 3.27 e 3.28, é possível calcular as tensões de pico em compressão e em tração. As Equações 3.35 e 3.36 apresenta o cálculo dessas tensões máximas.

$$f_{cm} = \frac{f_{c0}(1+a_c)^2}{4a_c} \quad \text{Equação 3.35}$$

$$f_{tm} = \frac{f_{t0}(1+a_t)^2}{4a_t} \quad \text{Equação 3.36}$$

A partir das Equações 3.35 e 3.36 é possível obter as variáveis  $a_c$  e  $a_t$ , colocando-as em evidência nas equações em questão. As equações 3.37 e 3.38 apresentam as fórmulas para a obtenção, respectivamente, de  $a_c$  e  $a_t$ .

$$a_c = 2(f_{cm}/f_{c0}) - 1 + 2\sqrt{\left(\frac{f_{cm}}{f_{c0}}\right)^2 - \left(\frac{f_{cm}}{f_{c0}}\right)} \quad \text{Equação 3.37}$$

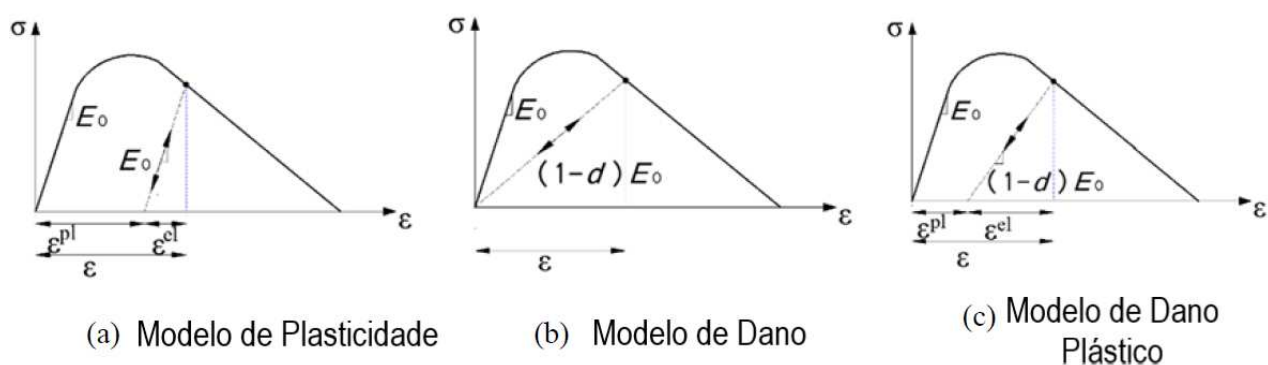
$$a_t = 2(f_{tm}/f_{t0}) - 1 + 2\sqrt{\left(\frac{f_{tm}}{f_{t0}}\right)^2 - \left(\frac{f_{tm}}{f_{t0}}\right)} \quad \text{Equação 3.38}$$

As bases para os cálculos dos parâmetros de dano estão contidas nas Equações 3.31, 3.32, 3.33, 3.34, 3.37 e 3.38. Essas equações são dependentes das variáveis  $f_{cm}$ ,  $f_{tm}$ ,  $f_{c0}$ ,  $f_{t0}$ ,  $G_{ch}$ ,  $G_f$ ,

$\varepsilon_c^{ch}$ ,  $\varepsilon_c^{ch}$  e  $\varepsilon_{eq}$ . Neste ponto vale a lembrança das Equações 3.7 e 3.10 que definem  $\varepsilon_c^{ch}$  e  $\varepsilon_c^{ch}$ . Cabe também um resumo do conceito das deformações para que suas diferenças no CDP fiquem claras e as estratégias utilizadas sejam compreendidas.

O CDP une os conceitos do modelo de plasticidade e dano. O concreto é um material de comportamento mais frágil, mas em campos onde há uma inversão de tensões as microfissuras podem se fechar podendo haver a redistribuição, fazendo com que o modelo de dano represente bem o comportamento do concreto. Contrariamente ao concreto, no aço não é possível haver redistribuição e há raras fissuras, tendo um comportamento marcadamente dúctil e o modelo de plasticidade é adequado. Dessa forma o CDP é uma potente ferramenta para representar o comportamento do concreto, em especial o concreto armado.

A Figura 3.5, apresenta a representação gráfica dos modelos de dano, plasticidade e o acoplamento de ambos - o CDP.

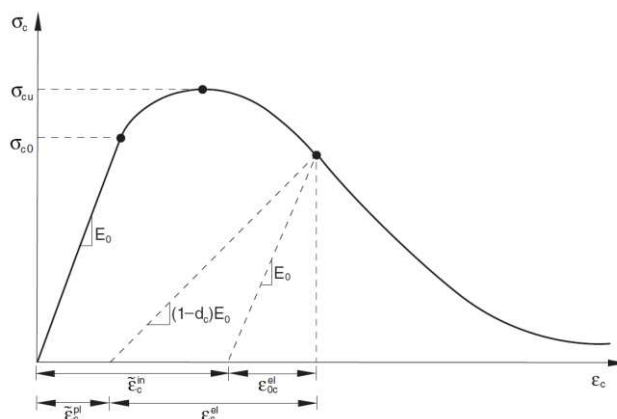


**Figura 3.8 - Representação do CDP e seus modelos raiz na compressão, Alfarah et al. (2017)**

Analisando a Figura 3.5 é possível entender as composições de deformações em cada modelo raiz e dessa forma entender os conceitos intrínsecos no CDP. No modelo de plasticidade a deformação total ( $\varepsilon$ ) pode ser decomposta em deformação plástica e deformação elástica, respectivamente,  $\varepsilon^{pl}$  e  $\varepsilon^{el}$ . No modelo de dano, as deformações são provenientes do dano na rigidez do material e são irreversíveis. Quando se unem os dois conceitos, a decomposição das deformações passa por mudanças que podem trazer certa confusão. O Gráfico 3.3 ajuda na compreensão dos conceitos discutidos.

Ao unir ambos modelos, a deformação plástica do modelo de plasticidade é decomposta em deformação inelástica (na compressão pode ser definida como de esmagamento e na tração pode ser definida como de fissura) e deformação plástica. É importante entender que a

deformação plástica está contida na deformação inelástica, sendo denominada  $b$  a variável que relaciona as duas deformações. A Equação 3.39 apresenta essa relação generalizada para compressão e tração.



**Figura 3.9 - Definição da deformação inelástica e plástica de compressão, Hibbit et al. (2012)**

$$b = \frac{\epsilon^{pl}}{\epsilon^{in}}$$

Equação 3.39

A partir do Gráfico 3.3, será definido o conceito de deformação elástica não danificada e danificada (neste trabalho diferenciadas como, respectivamente,  $\epsilon_0^{el}$  e  $\epsilon^{el}$ ). O primeiro estágio do concreto é linear e elástico (tensões até  $\sigma_{c0}$  no Gráfico). Isto significa que as deformações são completamente reversíveis caso ocorra um processo de descarregamento. Essas deformações são as deformações elásticas não danificadas ( $\epsilon_{0c}^{el}$  no Gráfico 3.3.).

Há uma distinção entre compressão e tração no segundo estágio, pois na tração este estágio já é o amolecimento e há danos na rigidez. Na compressão, o estágio dois é o estágio não-linear ascendente que vai até a tensão de pico ( $\sigma_{cu}$  no Gráfico 3.3.). Neste estágio há deformações inelásticas de compressão (ou deformações de esmagamento), contudo o dano na compressão é nulo ou muito pequeno. O estágio de amolecimento (estágio dois na tração e estágio três na compressão) ocorre após a tensão de pico ser atingida. Neste estágio há danos na rigidez, contudo há o surgimento de um componente de deformação que é reversível no descarregamento, mas que não é totalmente recuperável pois sofre com o dano na rigidez. Esta deformação é elástica (uma vez que pode ser recuperável) mas foi danificada pelo dano na rigidez. Este é o conceito da deformação elástica danificada ( $\epsilon_c^{el}$  no Gráfico 3.3.).

Baseado na explicação acima, o conceito de deformação inelástica é aquele que contempla uma deformação não recuperável (deformação plástica) e uma deformação recuperável, mas danificada (deformação elástica danificada). Dessa forma, o fato do ABAQUS requerer as tensões, deformações inelásticas e dano é baseada nos estágios possíveis de decomposição das deformações. Da deformação total é retirada a parcela elástica não danificada, o que resta é a deformação inelástica. Desta, é retirada a parcela elástica danificada remanesecendo a deformação plástica. A Equação 3.40 sumariza estas decomposições.

$$\varepsilon - \varepsilon_0^{el} = \varepsilon^{in} \rightarrow \varepsilon^{in} - \varepsilon^{el} = \varepsilon^{pl} \quad \text{Equação 3.40}$$

As definições das deformações totais são fundamentais para os cálculos das deformações inelásticas e danos. O comportamento Tensão x Deformação do concreto pode ser definido por diversas normas e códigos. Alfarah et al. (2017) se baseia no FIB (2010) para o trecho ascendente da curva na compressão e o amolecimento é baseado no trabalho de Krätzig e Pölling (2004). Na tração os autores seguem os conceitos contidos nos trabalhos de Vonk (1993) e Van Mier (1984) e o trecho descendente da curva é baseada no conceito de abertura de fissura e uma relação cinemática.

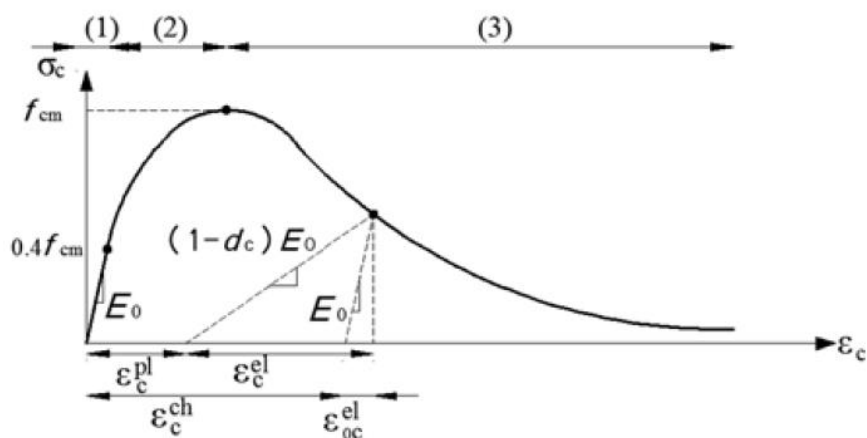


Figura 3.10 - Comportamento do concreto na compressão, Alfarah et al. (2017)

Os três trechos na compressão são apresentados no Gráfico 3.4 e suas respectivas Equações 3.41, 3.42 e 3.43.



$$\sigma_{c1} = \varepsilon_c \cdot E_0 \quad \text{Equação 3.41}$$

$$\sigma_{c2} = \frac{E_{ci} \cdot \frac{\varepsilon_c}{fcm} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm}}\right)^2}{1 + \left(E_{ci} \cdot \frac{\varepsilon_{cm}}{fcm} - 2\right) \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm}}} \cdot fcm \quad \text{Equação 3.42}$$

$$\sigma_{c3} = \left( \frac{2 + \gamma_c \cdot fcm \cdot \varepsilon_{cm}}{2 \cdot fcm} - \gamma_c \cdot \varepsilon_c + \frac{\varepsilon_c^2 \cdot \gamma_c}{2 \cdot \varepsilon_{cm}} \right)^{-1} \quad \text{Equação 3.43}$$

onde:

$E_0$  é o módulo de elasticidade secante;

$E_{ci}$  é o módulo de elasticidade tangente;

$f_{cm}$  é a tensão de pico na compressão;

$\gamma_c$  é uma constante que, segundo Krätzig e Pölling (2004), controla a área do trecho do amolecimento (esta área é finita e governada pelo  $G_{ch}$  e  $leq$ );

e  $\varepsilon_{cm}$  é a deformação total relacionada a tensão de pico, seu valor aproximado é 0.0022.

As Equações 3.44, 3.45, 3.46, 3.47 e 3.48 apresentam as fórmulas para a obtenção das variáveis acima citadas.

$$E_0 = \left( 0.8 + \frac{0.2 \cdot fcm}{88} \right) \cdot E_{ci} \quad \text{Equação 3.44}$$

$$E_{ci} = 10000 \cdot fcm^{\frac{1}{3}} \quad \text{Equação 3.45}$$

$$fcm = fck + 8 \quad \text{Equação 3.46}$$

$$\gamma_c = \frac{\pi^2 \cdot fcm \cdot \varepsilon_{cm}}{2 \left[ \frac{G_{ch}}{leq} - 0.5 \cdot fcm \cdot \left( \varepsilon_{cm} \cdot (1-b) + b \cdot \frac{fcm}{E_0} \right) \right]^2} \quad \text{Equação 3.47}$$

$$\varepsilon_{cm} = \frac{2 \cdot fcm}{E_0} \quad \text{Equação 3.48}$$

Os dois trechos na tração são apresentados no Gráfico 3.5 e suas respectivas Equações 3.49 e 3.50.

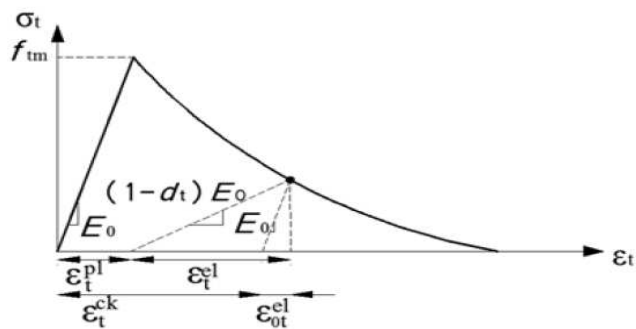


Figura 3.11 - Comportamento do concreto na tração, Alfarah et al. (2017)

$$\sigma_{t1} = \varepsilon_t \cdot E_0 \quad \text{Equação 3.49}$$

$$\sigma_{t2}(w) = \left[ \left[ 1 + \left( c1 \cdot \frac{w}{wc} \right)^3 \right] \cdot e^{\left( -c2 \cdot \frac{w}{wc} \right)} - \frac{w}{wc} \cdot (1 + c1^3) \cdot e^{(-c2)} \right] \cdot f_{tm} \quad \text{Equação 3.50}$$

onde:

$$c1 = 3,0;$$

$$c2 = 6,93;$$

$w$  é abertura de fissura;

$wc$  é a abertura de fissura máxima.

Quando o concreto alcança o  $wc$  como abertura de fissura, há uma ruptura completa do material. Desta forma,  $\sigma_{t2}(0) = f_{tm}$  e  $\sigma_{t2}(wc) = 0$ . A Equação 3.51 apresenta o valor de  $wc$  em função da energia de fratura ( $G_f$ ).

$$wc = 5.14 \cdot \frac{G_f}{f_{tm}} \quad \text{Equação 3.51}$$

A deformação total em tração ( $\varepsilon_t$ ) é calculada com uma relação a abertura de fissura ( $w$ ) e a deformação limite do primeiro trecho na tração ( $\varepsilon_{tm}$ ), que também é a deformação da tensão máxima de tração ( $f_{tm}$ ). Nas Equações 3.52, 3.53 e 3.54 as fórmulas das variáveis acima citadas são apresentadas.

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{tm} + \frac{w}{l_{eq}} \quad \text{Equação 3.52}$$

$$\varepsilon_{tm} = \frac{ftm}{E_0} \quad \text{Equação 3.53}$$

$$ftm = 0.3016 \cdot fck^{\frac{2}{3}} \quad \text{Equação 3.54}$$

Finalmente, faz-se necessário a definição das energias de fratura e esmagamento (respectivamente,  $G_f$  e  $G_{ch}$ ). A Equação 3.55 e Equação 3.56 permitem a obtenção dessas energias e são aquelas que constam, respectivamente, no FIB (2010) e dissertação de Oller (1988).

$$G_f = 0.073 \cdot fcm^{0.18} \quad \text{Equação 3.55}$$

$$G_{ch} = \left(\frac{fcm}{ftm}\right)^2 \cdot G_f \quad \text{Equação 3.56}$$

### 3.4.2 Implementação da Rotina - Geração das Deformações Inelásticas, Parâmetros de Dano e Respectivas Tensões

A rotina foi desenvolvida no MATLAB e seu script pode ser encontrado no Apêndice A. A seguir se encontram os passos a serem seguidos para obtenção das propriedades inelásticas e de dano no modelo CDP.

- Entrar com os valores da resistência característica à compressão ( $fck$  em MPa), do comprimento característico da malha de elemento finito ( $leq$  em mm) e da relação entre a deformação plástica e inelástica na compressão ( $b$ , equação 3.39). O valor inicial de  $b$  é estimado e será encontrado de forma iterativa seu valor médio
- Calcular as tensões de pico na compressão e na tração ( $fcm$  e  $ftm$ , equações 3.46 e 3.54)
- Calcular o módulo de elasticidade tangente e secante ( $E_{ci}$  e  $E_0$ , equações 3.45 e 3.44)
- Calcular as deformações de pico na compressão e tração ( $\varepsilon_{cm}$  e  $\varepsilon_{tm}$ , equações 3.48 e 3.53)
- Calcular a energia de fratura e de esmagamento ( $G_f$  e  $G_{ch}$ , equações 3.55 e 3.56)
- Calcular a abertura máxima de fissura ( $wc$ , equação 3.51)
- Montar as curvas tensão x deformação em compressão, equações 3.41, 3.42 e 3.43; como citado acima, a curva é limitada, o valor da deformação última total ( $\varepsilon_{cu}$ ) deve ser estimado para que a área da curva multiplicada pelo  $leq$  seja igual a  $G_{ch}$ . A

estratégia na compressão é gerar valores para a deformação total ( $\epsilon_c$ ) e assim calcular suas respectivas tensões

- Montar as curvas tensão x deformação em tração, equações 3.49 e 3.50. A estratégia na tração, no primeiro trecho a estratégia é a mesma da compressão, contudo no segundo trecho são gerados valores de abertura de fissura ( $w$  em mm) lembrando que a mesma tem um spread de 0 a  $w_c$ , e depois as deformações totais ( $\epsilon_t$ ) do segundo trecho é calculada utilizando a equação 3.52
- Calcular as deformações inelásticas em compressão e tração (equação 3.40)
- Calcular os parâmetros de dano  $a_c$ ,  $a_t$ ,  $b_c$  e  $b_t$  (equações 3.37, 3.38, 3.31 e 3.32)
- Calcular as variáveis de dano na compressão e tração (3.33 e 3.34)
  
- Calcular as deformações plásticas na compressão e na tração (equações 3.12 e 3.9)
- Calcular o valor médio do  $b$  na compressão (equação 3.39), sendo diferente do valor estimado, repetir todo o processo com o  $b$  até a convergência.

A Figura 3.6 apresenta um fluxograma dos passos acima indicados.

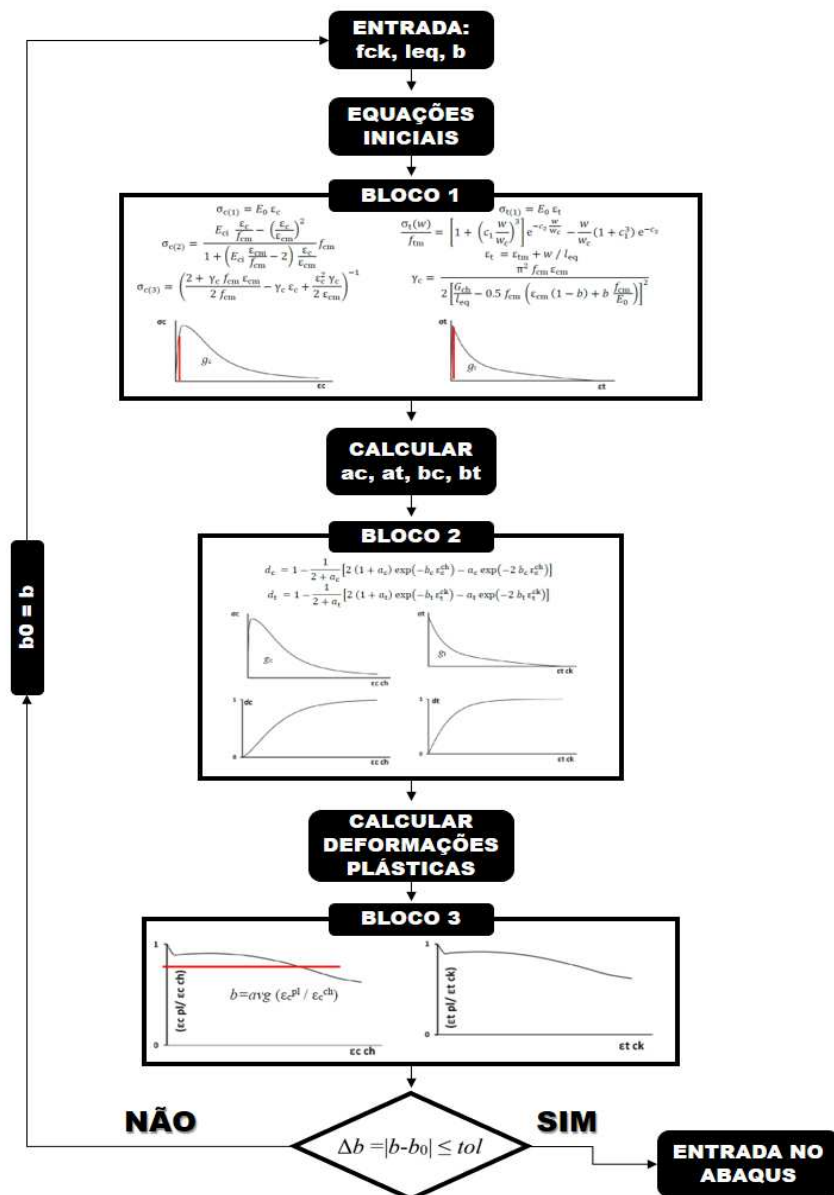


Figura 3.12 - Fluxograma da rotina CDP, adaptado de Alfarah et al. (2017)

### 3.5 Rotina para Redução das Propriedades Mecânicas do Concreto por Reações Internas de Expansão (RIE)

As propriedades inelásticas e dano do Modelo CDP dependem das propriedades mecânicas do concreto que foram afetadas pelas reações internas de expansão. Tendo este fato em mente, conforme discussão desenvolvida nas seções 2.3 e 2.4, desenvolveu-se uma forma de implementar as reduções nas propriedades mecânicas dos concreto, reportadas por

Sanchez et al. (2017 e 2018), na rotina CDP. Para tal foi desenvolvida uma rotina adicional para este fim, denominada rotina CDP\_RIE.

A estratégia escolhida foi uma seleção qualitativa dos resultados de Sanchez, selecionando os valores apresentados no trabalho de 2017 (denominado RIE\_01) e os resultados de um concreto confeccionado com agregado graúdo oriundo de Recife-PE (denominado RIE\_03). Do artigo de 2018 foram selecionados os valores referentes a RAS (denominado RIE\_02) e os valores referentes a DEF (denominado RIE\_04). A Tabela 3.1 exibe um resumo dos valores adotados.

**Tabela 3.1 - Taxas de reduções nas propriedades mecânicas de acordo com o nível de expansão**

Tipo	Nível de expansão (%)	Redução devida à reação interna de expansão					
		Módulo de elasticidade (%)		Resistência à tração (%)		Resistência à compressão (%)	
		Baixa	Alta	Baixa	Alta	Baixa	Alta
REI 01 - RAS	0.04 ±1	10	30	15	60	0	10
	0.11 ±1	20	45	30	65	5	15
	0.20 ±1	30	60	45	70	10	25
	0.30 ±1	40	65	50	80	18	35
REI 02 - RAS	0.04 ±1	5	37	30	60	0	15
	0.11 ±1	20	50	40	65	0	20
	0.20 ±1	35	60	45	80	13	25
	0.30 ±1	40	67	60	80	25	25
REI 03 - RAS	0.05		18		25		2
	0.10		29		40		12
	0.15		38		48		15
REI 04 - DEF	0.11 ±1	35	56	-	-	9	34
	0.30 - 0.50	55	62	-	-	29	43
	0.50 - 1.00	56	77	-	-	40	47
	≥ 1 ±1	60	86	-	-	40	50

Fonte: Adaptado de Sanchez et al. (2017 e 2018)

# CAPÍTULO 04

## 4. OS ENSAIOS DE BIELAS EM FORMA DE GARRAFA - Sankovich (2003)

A dissertação de mestrado desenvolvida por Cameron L. Sankovich (2003) intitulada *An Explanation of the Behavior of Bottle-Shaped Struts Using Stress Fields* da Universidade do Texas em Austin se constitui a base experimental que será utilizada para a validação dos modelos de elementos finitos utilizados no desenvolvimento da presente pesquisa de mestrado.

A pesquisa de Sankovich investigou o comportamento de bielas em forma de garrafa utilizando painéis de concreto simples e armado com variadas configurações de armaduras transversais, nas quais as tensões compressivas resultantes da carga aplicada através de placas rígidas instaladas no topo e na base dos elementos foram capazes de se dispersar criando tensões de tração transversais dentro das amostras.

O estudo de Sankovich foi fundamentalmente desenvolvido para se avaliar as recomendações relativas aos limites de tensão de compressão e demandas de armação em bielas em forma de garrafa preconizados pelo ACI 318-02 (2002) e pela AASHTO LRFD (1988) com o objetivo de unificar o tratamento de bielas em forma de garrafas nestas duas importantes normas.

A seguir serão descritos os experimentos realizados com foco naqueles que são de interesse ao estudo realizado - painéis de concreto simples.

### 4.1 Descrição do Programa Experimental

Ao todo foram ensaiados 28 painéis de concreto simples e armado. Os testes realizados são análogos aos ensaios de compressão diametral em corpos-de-prova cilíndricos de concreto, nos quais uma carga monotônica é crescentemente aplicada à amostra cuja geometria e orientação do carregamento possibilitaram a dispersão das tensões de compressão e de tração no interior da amostra.

A carga foi aplicada com uma máquina de ensaio universal através de chapas de aço de dimensões menores que os painéis para criação de uma situação de carregamento parcial,



idêntica aos blocos parcialmente carregados. A Figura 4.1 mostra a configuração dos testes realizados.



**Figura 4.1 - Configuração típica de teste, Sankovich (2003)**

Para assegurar que a força proveniente da célula fosse aplicada à superfície do concreto de maneira uniforme foi utilizado um material de características específicas - hydrostone, entre a chapa de aço e o concreto e foi instalada uma “cabeça” esférica na interface da lava de carregamento. Cada painel ensaiado foi retificado, no topo e na base, para assegurar o seu perfeito alinhamento e nivelamento.

As deformações foram medidas utilizando extensômetros que foram colocados ora nas armaduras ora na superfície de concreto. Os dados foram coletados através de sistemas de aquisição usuais disponíveis no Laboratório de Engenharia Estrutural da Ferguson na Universidade do Texas em Austin. Registros de deslocamento não foram feitos, uma vez que Sanders (1990) e Wollman (1992) em seus experimentos concluíram que painéis como estes romperam de uma maneira não dúctil, fornecendo poucos ou nenhum dado útil de deslocamento x carga.

Todos os painéis no trabalho de Sankovich (2003) receberam o mesmo padrão de nomenclatura - um S designando a série, um # representando a ordem da série e o outro # designando o número do painel da série. Desta forma, S1-2 significa Série 1, painel 2.

### 4.1.1 Painel S1-2

As dimensões deste painel eram as seguintes: 914,4 x 914,4 mm x 101,6 mm (36" x 36" x 4") com as chapas de aço no topo e na base de dimensões de 304,8 mm x 50,8 mm x 101,6 mm (12" x 2" x 4").

A instrumentação deste painel foi realizada conforme indicado na Figura 4.2. Nela podem ser observadas as rosetas com extensômetros dispostos em ângulos de 0°, 45° e 90° com a horizontal e também extensômetros localizados à meia altura do painel.

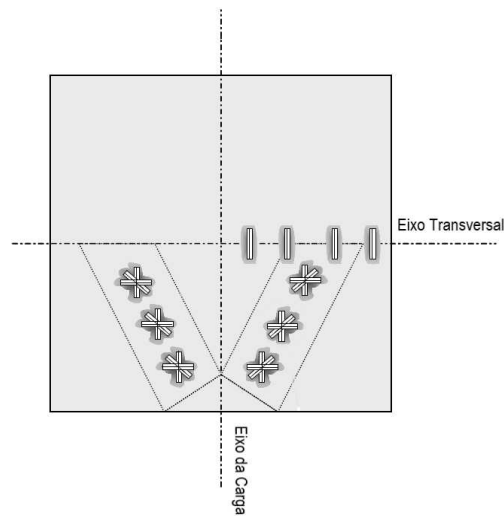


Figura 4.2 - Instrumentação do S1-2 - adaptado de Sankovich (2003)

O padrão de ruptura do painel S1-2 foi caracterizado pelo surgimento de uma fissura vertical no centro do painel que se propaga numa direção paralela ao eixo de aplicação da carga até a vizinhança da zona nodal, conforme pode ser observado na Figura 4.3.

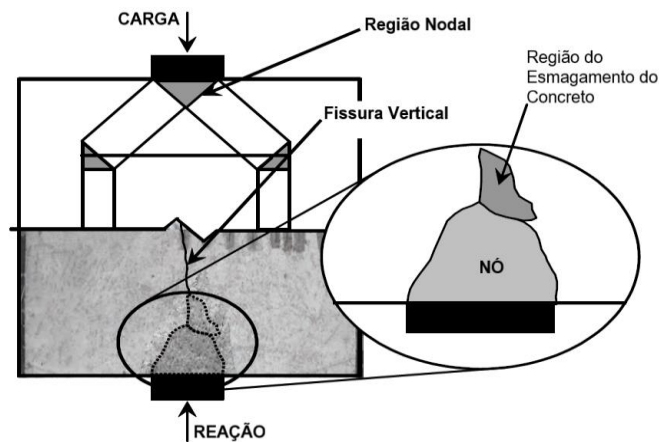


Figura 4.3 - Mecanismo de mecanismo de falha - adaptado de Brow et al. (2006)

Percebe-se do exame da Figura 4.3 uma ruptura típica de tração sendo visível, adicionalmente, a formação de cunhas de compressão nas extremidades do painel com esmagamento localizado do concreto. Estes cones de compressão (triângulos isósceles) foram igualmente observados pelo autor em outros painéis ensaiados e a Figura 4.4 ilustra esta situação para os painéis S1-4, S2-8 e S3-10 que, embora possuam características diferentes do painel S1-2, exibiram padrão de ruptura similar.



**Figura 4.4 - Mecanismos de Ruptura, Sankovich (2003)**

Para o painel S1-2 a carga de primeira fissura medida foi de 524 kN e a carga de ruptura foi de 706,8 kN. O fator de eficiência<sup>1</sup> observado para este painel foi de 0,86 e a deformação máxima de tração medida foi de 0,0022.

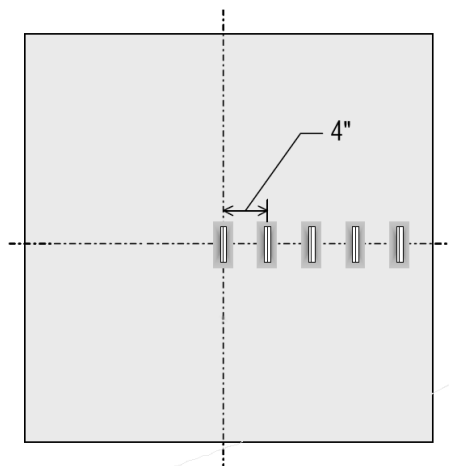
#### **4.1.2 Painel S3-1**

As dimensões deste painel eram as seguintes: 914,4 x 914,4 mm x 152,4 mm (36" x 36" x 6") com as chapas de aço no topo e na base de dimensões de 304,8 mm x 50,8 mm x 152,4 mm (12" x 2" x 6").

---

<sup>1</sup> O fator de eficiência é a relação entre a carga máxima e a capacidade resistente da área carregada do painel (*Carga Máxima*/(*f<sub>c</sub>* x *área de carregamento*))

A instrumentação deste painel foi realizada conforme indicado na Figura 4.5 Nela podem ser observadas os extensômetros dispostos à meia altura do painel.



**Figura 4.5 - Instrumentação do S3-1, adaptado de Sankovich (2003)**

O padrão de ruptura do Painel S3-2 foi idêntico ao observado no Painel S1-2 e os comentários lá realizados são válidos aqui.

Para o painel S3-1 a carga de primeira fissura medida foi de 608,5 kN e a carga de ruptura foi de 873,2 kN. O fator de eficiência observado para este painel foi de 0,65 e a deformação máxima de tração medida foi de 0,0014.

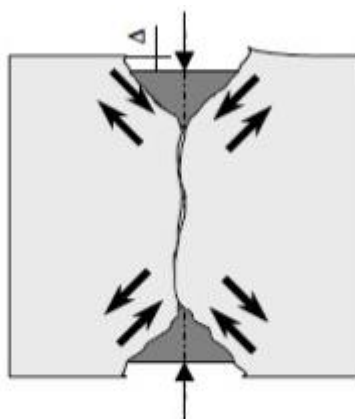
A Tabela 4.1 sumariza as informações relativas aos dois painéis em discussão, onde podem ser observadas as cargas de primeira fissura, a carga última e a deformação de tração máxima à meia altura do painel.

**Tabela 4.1 - Resultados dos Painéis S1-2 e S3-1 - Adaptado de Brown et al. (2006)**

Painel	Dimensões do painel (mm)	Dimensões da chapa de carregamento (mm)	f'c (MPa)	Carga de primeira fissura (kN)	Carga de ruptura (kN)	Deformação máxima de tração( $\epsilon_1$ )
S1-2	914,4x914,4x101,6	304,8x50,8x101,6	26,41	524	706,8	0,0022
S3-1	914,4x914,4x152,4	304,8x50,8x152,4	28,96	608,5	873,2	0,0014

### 4.1.3 Informações Qualitativas de Outro Painéis

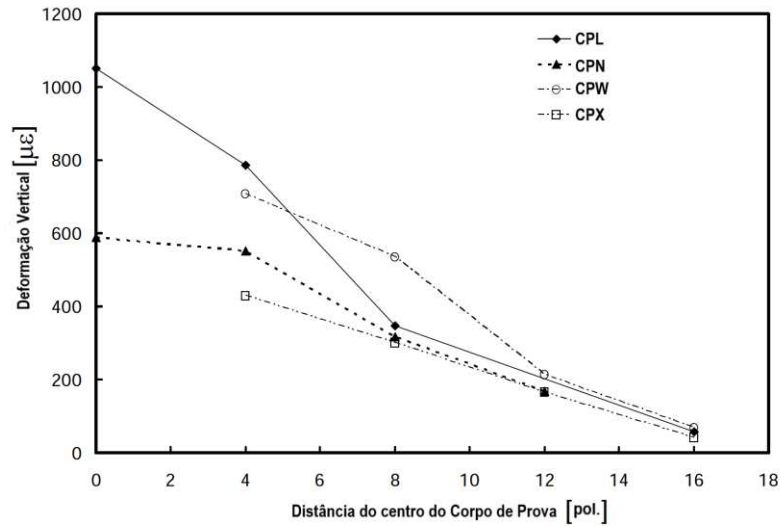
Em todos os painéis investigados por Sankovich et al. (2003), o mecanismo de falha foi similar. O autor explica que a zona nodal localizada nas proximidades da região de aplicação do carregamento têm geometria similar de um triângulo isósceles, onde sua altura é a metade da largura. Destaca também que, quando a fissura se aproxima da zona nodal, foi observada uma mudança na sua direção com uma decomposição da mesma em duas. Uma que se inclinava para a direita e outra para esquerda, contornando a cunha de compressão, conforme se observa na Figura 4.6.



**Figura 4.6 - Esquema do percurso da fissura vertical - Adaptado de Sankovich (2003)**

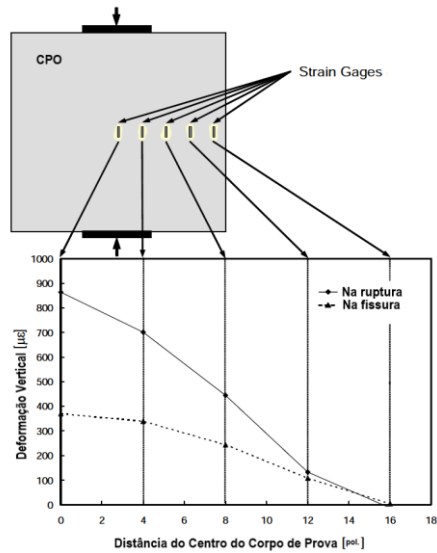
No que diz respeito às deformações medidas na superfície dos painéis, Brown et al. (2006) aponta que as cargas de primeira fissura variaram entre 37-81% da carga de ruptura. A carga média de fissuração foi de 61% da carga de ruptura e os resultados estão dispostos dentro de dois desvios padrão do valor médio.

Segundo Brown et al. (2006), para todos os painéis investigados as maiores deformações verticais foram medidas na linha vertical central - linha de aplicação do carregamento - e foram decrescendo à medida em que se afasta do centro do painel. Os autores reportaram, adicionalmente, deformações de tração próxima à borda externa do painel, além de importante deformação compressiva ao longo da linha central. O Gráfico 4.1 apresenta a variação das deformações verticais ao longo da distância ao centro do painel para quatro tipologias ensaiadas, medidas no momento da ruptura, e ilustra bem esse efeito que terá influência na alteração na configuração das bielas.

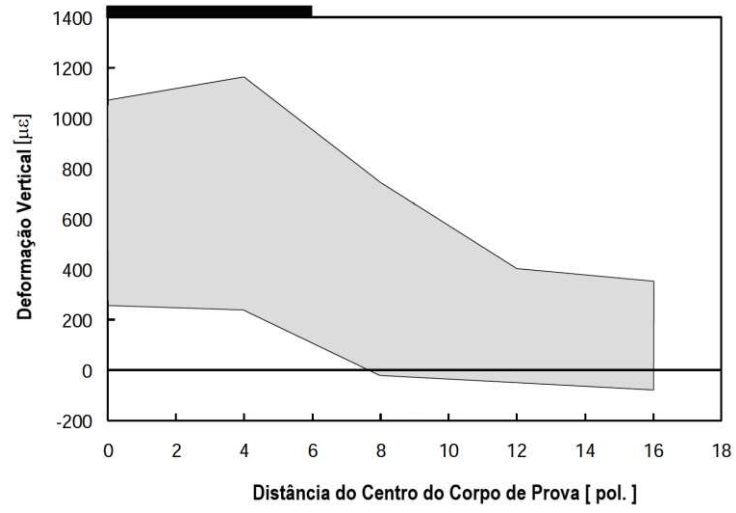


**Figura 4.7 - Deformações verticais ao longo do painel, Brown et al. (2006)**

A Figura 4.6 exibe as deformações verticais do Painel S3-10 em dois momentos de carregamento distintos - um na formação de primeira fissura e outro na ruptura - e a Figura 4.7 apresenta a envoltória de todas as deformações verticais medidas à meia altura dos painéis.



**Figura 4.8 - Deformações verticais ao longo do painel, adaptado de Brow et al. (2006)**



**Figura 4.9 - Envoltório de deformações verticais ao longo do painel, adaptado de Brown et al. (2006)**

## 5. MODELAGEM NUMÉRICA

Neste capítulo descreve-se de forma sucinta, as opções assumidas na definição da geometria dos modelos, malha de elementos finitos, aplicação das cargas, definição das condições de contorno e as entradas das propriedades mecânicas do concreto para o modelo CDP.

### 5.1 Descrição do Modelo Numérico

O primeiro passo para a modelagem no software ABAQUS é a criação das partes distintas que constituem o modelo, - *Module Parts*. Nesta etapa, são definidas a geometria específica de peça a ser modelada. Para tal, deve-se criar o componente, conforme se acha representado na Figura 5.1. Nela, podem ser vistas as cinco definições necessárias para a criação do painel S1-2 – *Name, Modeling Space, Type e Base Feature*.

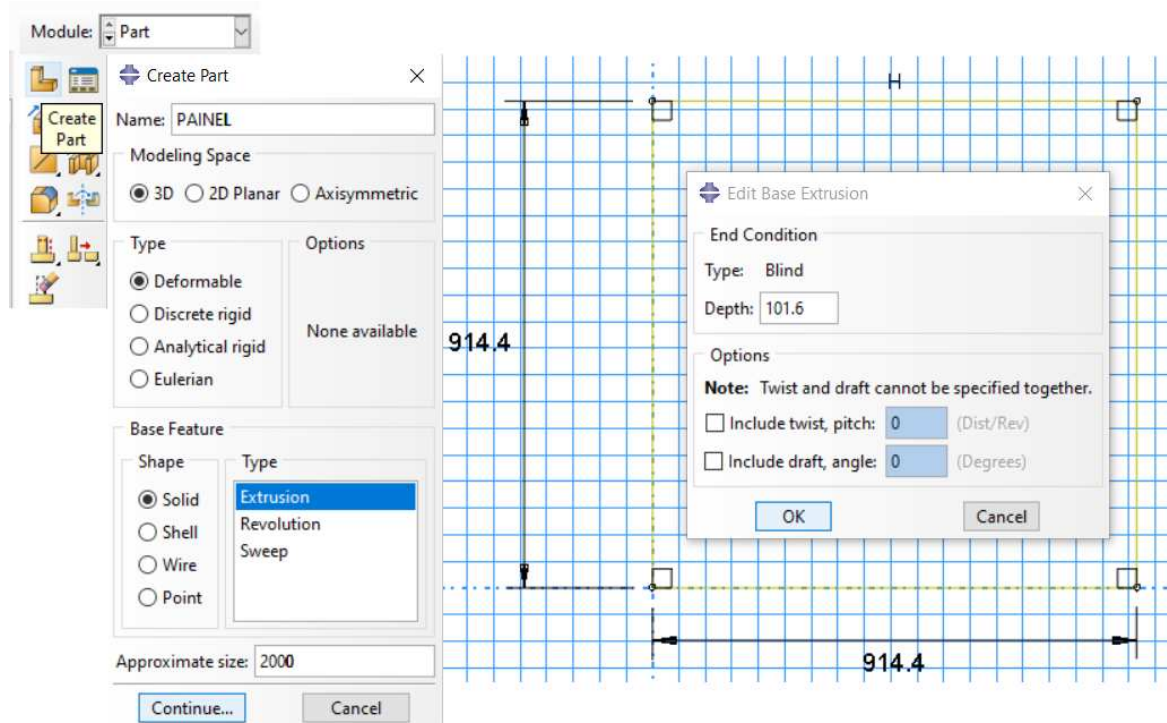
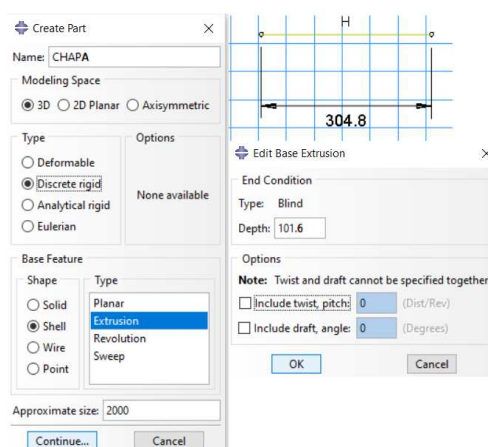


Figura 5.1 - Criação do painel S1-2

As chapas para a aplicação do carregamento e imposição das condições de contorno, foram criadas como cascas rígidas. Esta opção foi adotada como uma estratégia para resolver os



problemas de singularidade numérica associada ao contato chapa de aço-superfície do concreto. Os detalhes específicos desta etapa são ilustrados na Figura 5.2.

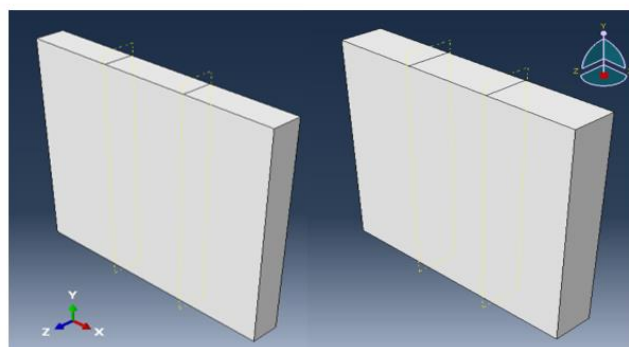


**Figura 5.2 - Criação da chapa S1-2**

Na Figura 5.3 observa-se além dos painéis (Figura 5.3b), os elementos que representam as chapas do topo e da base de cada painel (Figura 5.3a).



**a**



**b**

**Figura 5.3 - (a) Chapas superiores S1-2 e S3-1 (b) S1-2 e S3-1**

Para efeito de alargar o campo de observação científico da pesquisa, foi adotada uma estratégia de admitir que as reações de expansão internas estariam instaladas, primordialmente, na biela de compressão em forma de garrafa, definida a partir de uma análise

elástica linear do painel. A decisão de se criar um cenário como este, não obstante representar um evento raro em situações usuais, visa oferecer informações acerca das consequências desse evento raro, mas não impossível de ocorrer, na capacidade de carga dos elementos estudados. Essa estratégia se mostrou justificada e relevante porquê os resultados obtidos são instigantes, como será apresentado e discutido em seções subsequentes.

A área do painel correspondente a biela foi criada utilizando-se um *Partition* no painel, conforme ilustra a Figura 5.4. A Figura 5.5 exhibe o resultado da estratégia utilizada para o painel S3-1.

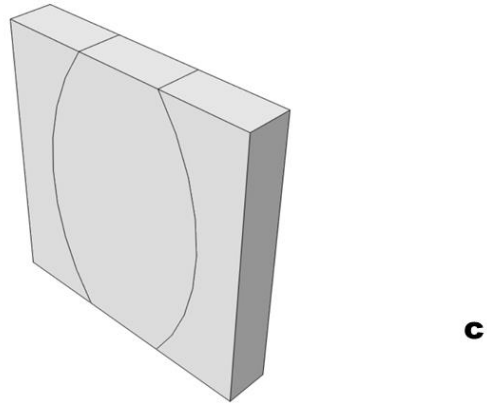
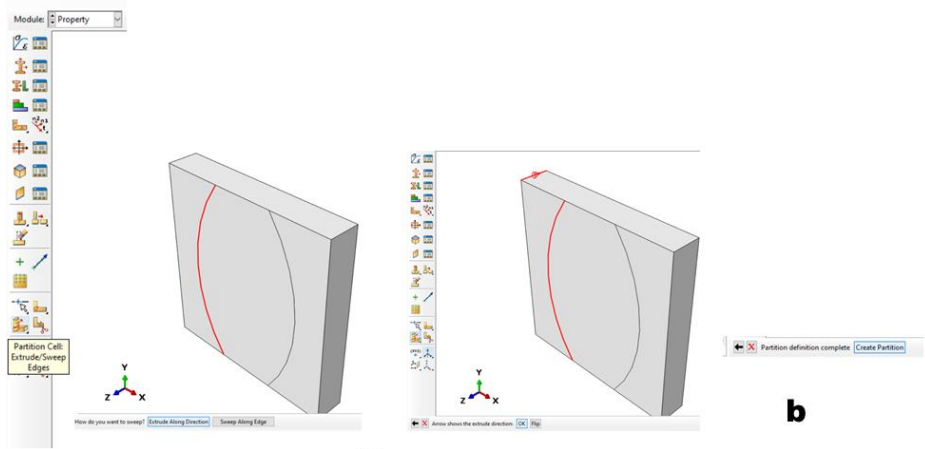
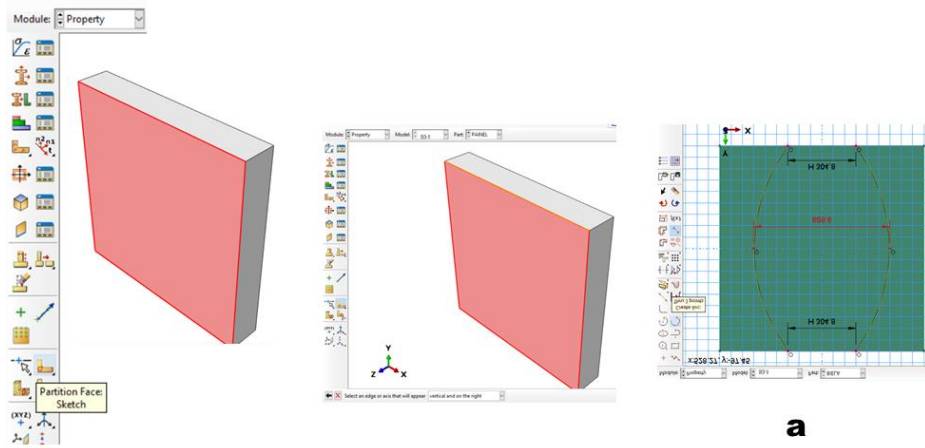


Figura 5.4 - *Partition* para delimitação da biela

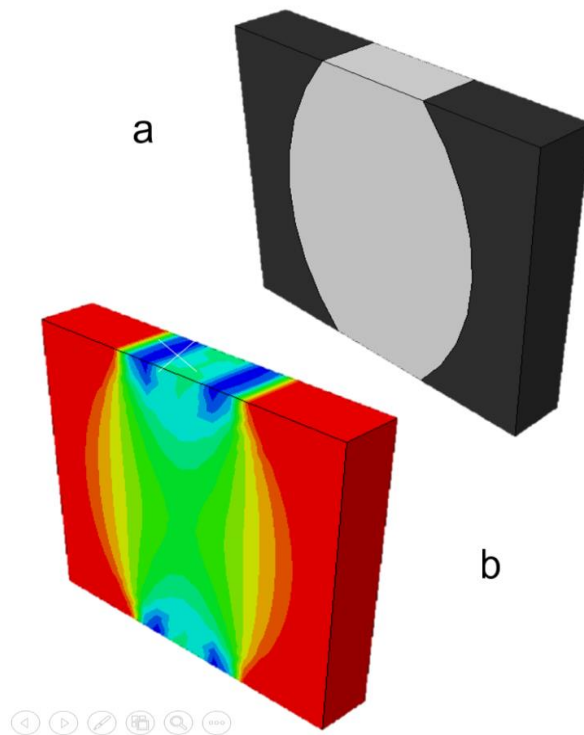


Figura 5.5 - (a) S3-1 com a biela em destaque (b) S3-1 linear

## 5.2 Malha de elementos finitos

O elemento finito adotado para a modelagem numérica de todos os painéis estudados foi o C3D8R. A Figura 5.6 explica o elemento.

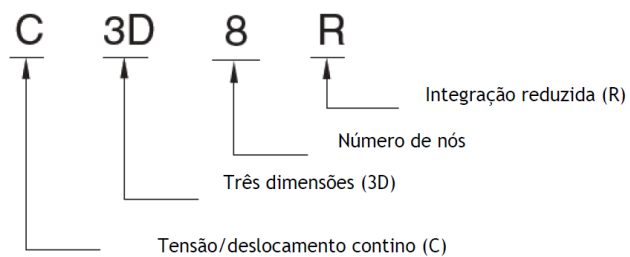


Figura 5.6 – Significado da sigla C3D8R - Ferreira (2016)

As chapas de aço foram modeladas com a família *Discrete Rigid Element* - R3D4. A Figura 5.7 explica o elemento.

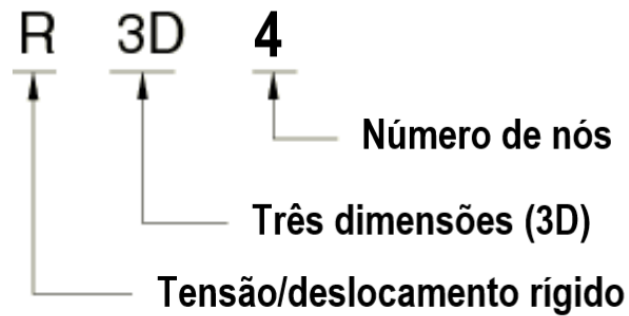


Figura 5.7 - Significado da sigla R3D4 - adaptado de Hibbit (2012)

Na modelagem de todos os painéis optou-se pela utilização de uma malha estruturada composta exclusivamente de elementos em forma de cubo com lado igual a 50,8 mm. Essa foi uma decisão tomada após o estudo de várias outras possibilidades e foi aquela que possibilitou uma melhor relação esforço computacional x trabalho de análise e interpretação de resultados. A malha de elementos finitos resultante para painel S1-3, por exemplo, é apresentada na Figura 5.8 e a Figura 5.9 ilustra a malha de um painel com a biela em destaque. A malha das chapas é mostrada na Figura 5.10. Para a modelagem deste painel com as chapas de aço superior e inferior foram utilizados 1.008 elementos e 1.500 nós, perfazendo um total de 4.500 graus de liberdade.

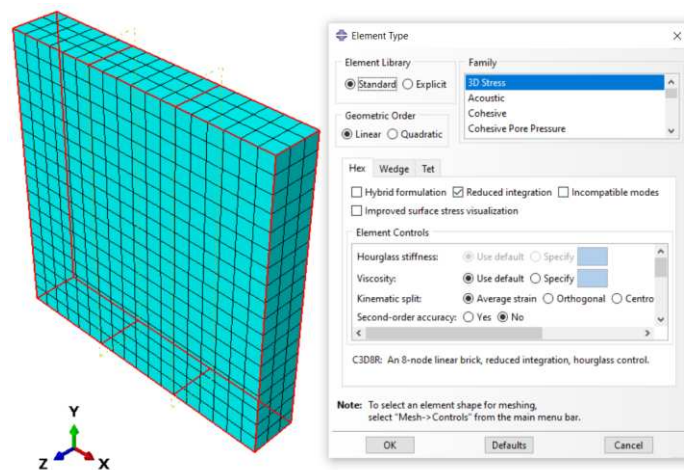
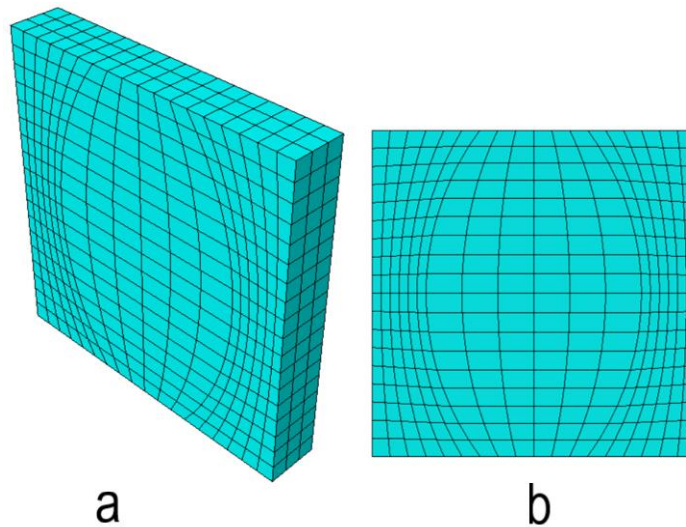
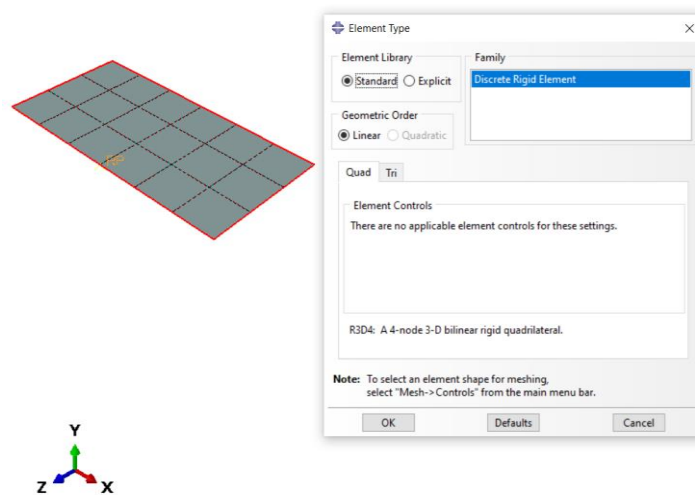


Figura 5.8 – Malha de Elemento finito do painel S3-1



**Figura 5.9 - Malha de Elemento Finito do S3-1 com biela destacada (a) perspectiva (b) frontal**



**Figura 5.10 - Malha de Elemento Finito das chapas**

### 5.3 Propriedades do Concreto – Elásticas, Plástica e de Dano

Para definição das propriedades do material concreto no ABQUS são necessárias a definição de valores associados ao comportamento elástico-linear e não linear do material. Na modelagem do comportamento não linear, foram utilizados os dados obtidos da rotina *CDP* descrita na seção 3.4. As Tabela 5.1 e 5.2 sumarizam os dados que foram utilizados, respectivamente, na modelagem dos painéis S1-2 e S3-1.

**Tabela 5.1 - Propriedades do Concreto para o S1-2 do ABAQUS**

<b>Elasticidade</b>		<b>Plasticidade</b>	
Resistência Característica (MPa)	26,41	Ângulo de Dilatação	5
		Excentricidade	0,1
Módulo de Elasticidade (MPa)	28564,32	fb0/fc0	1,16
		K	2/3
Coefficiente de Poisson	0,2	Viscosidade	0,01
<b>Dano</b>			
<b>Comportamento em Compressão</b>		<b>Dano na Compressão</b>	
Tensão (MPa)	Deformação Inelástica	Dano	Deformação Inelástica
34,41	0	0	0
20,50	0,00561	0,57	0,00561
13,62	0,00792	0,73	0,00792
8,22	0,0109	0,86	0,0109
1,92	0,0228	0,99	0,0228
<b>Comportamento em Tração</b>		<b>Dano na Tração</b>	
Tensão (MPa)	Deformação Inelástica	Dano	Deformação Inelástica
2.67	0	0	0
2.02	0.0002	0.20	0.0002
1.76	0.0003	0.3	0.0003
1.35	0.0005	0.46	0.0005
1.06	0.0007	0.59	0.0007
0.72	0.0012	0.81	0.0012
0.03	0.0046	0.999	0.0046

**Tabela 5.2 - Propriedades do Concreto para o S3-1 do ABAQUS**

Elasticidade		Plasticidade	
Resistência Característica (MPa)	28,96	Ângulo de Dilatação	5
		Excentricidade	0,1
Módulo de Elasticidade (MPa)	29446,22	fb0/fc0	1,16
		K	2/3
Coefficiente de Poisson	0,2	Viscosidade	0,0046
Dano			
Comportamento em Compressão		Dano na Compressão	
Tensão (MPa)	Deformação Inelástica	Dano	Deformação Inelástica
36,96	0	0	0
21,58	0,00786	0,54	0,00786
14,19	0,0113	0,72	0,0113
8,02	0,0163	0,87	0,0163
1,79	0,0357	0,99	0,0357
Comportamento em Tração		Dano na Tração	
Tensão (MPa)	Deformação Inelástica	Dano	Deformação Inelástica
2.84	0	0	0
2.14	0.0002	0.20	0.0002
1.87	0.0003	0.3	0.0003
1.43	0.0005	0.46	0.0005
1.13	0.0007	0.59	0.0007
0.71	0.0012	0.81	0.0012
0.04	0.0046	0.999	0.0046

## 5.4 Definição do Tipo de Análise

Para executar uma simulação no ABAQUS, é necessário definir um incremento – chamado *Step*. Este parâmetro define a divisão da história de carregamento em etapas (passos). Na análise realizada, definiu-se duas etapas gerais, a saber:

- Um passo inicial, *Initial Step*, automaticamente gerado na criação do modelo, a partir do qual define-se as condições de contorno;



- Um passo de análise, *Static Step*, análise estática, onde foram impostas as cargas/deslocamentos.

A Figura 5.11 mostra as definições realizadas nesta etapa.

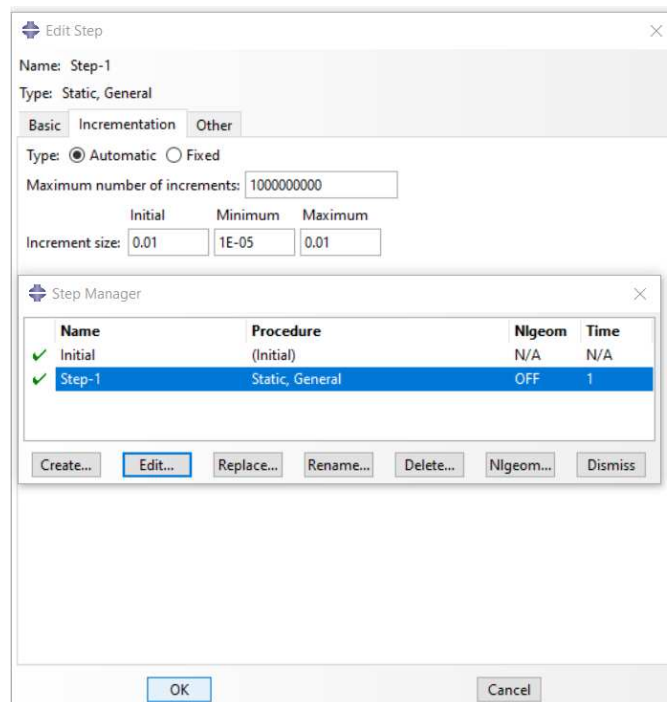


Figura 5.11 Definição do step

## 5.5 Associação das Partes

O módulo *Assembly* é utilizado para unir todas as partes criadas e ordená-las nas posições adequadas ao modelo em estudo. A Figura 5.12 exibe a associação de partes realizadas em um dos modelos estudados.

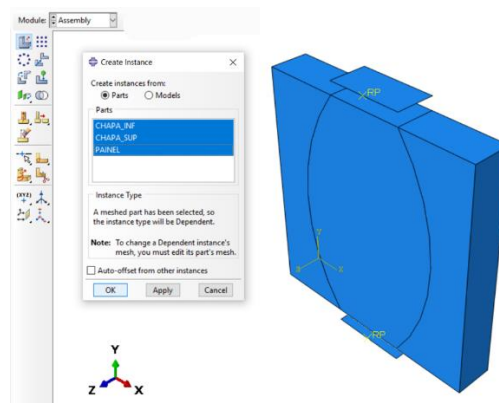


Figura 5.12 – Associação dos componentes de um painel típico

## 5.6 Definição de interações no modelo

O ABAQUS disponibiliza um módulo para definir e gerir interações no modelo. As interações definem ações ou dependências entre dois ou mais pontos ou superfícies. Foi gerado uma interação de contato, *contact interactions*, entre as superfícies das chapas e os painéis. Essa interação possibilita a transferência das tensões normais e deslocamentos na chapa de aço para a superfície do concreto. O coeficiente de atrito utilizado foi de 0,3 que é comumente aplicado para este tipo de contato. As chapas foram definidas como *Master Surface* e a superfície do painel na região de aplicação do carregamento como *Slave Surface*. A Figura 5.13 mostra os detalhes das definições realizadas.

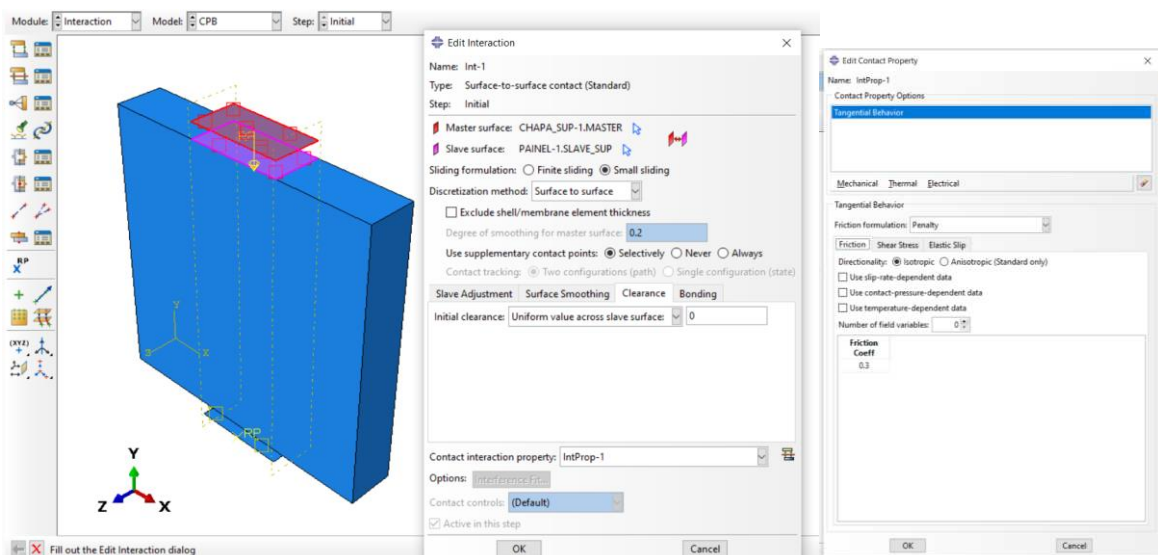


Figura 5.13 - Interação de contato entre as chapas e painel

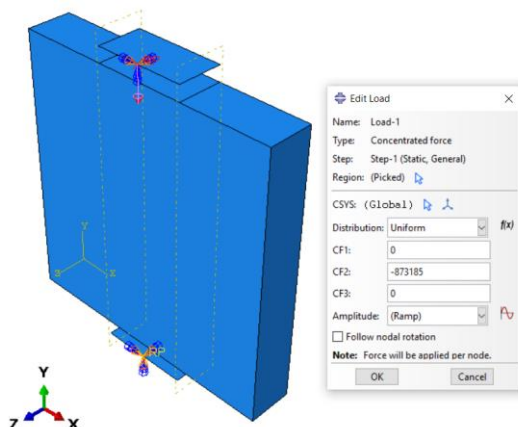
## 5.7 Definição das condições de contorno

O módulo *Load* é utilizado para a definição de cargas, forças, temperaturas iniciais, deslocamentos e condições de contorno. A criação dos *Steps* condiciona, tanto a definição dos apoios como das cargas. Nesta pesquisa, optou-se por aplicar uma força concentrada em um ponto de referência na placa de aço superior e a condição adotada de placa rígida permitiu a uniformização dos deslocamentos gerados pela carga.

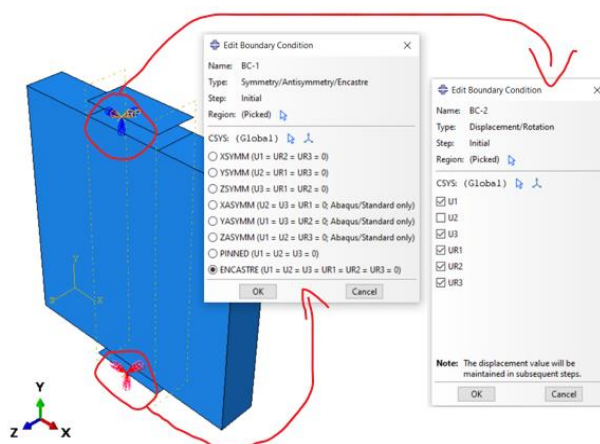
As cargas utilizadas nas simulações foram aquelas reportadas na ruptura por Brown et al. (2006) para os painéis estudados (ver Tabela 4.1).

A condição de contorno da chapa superior foi definida, no *Step Intial*, de forma que só ficasse habilitado o deslocamento na direção vertical. Esta definição permite o deslocamento de corpo rígido da placa na direção do carregamento.

Os mesmos procedimentos utilizados para impor as condições de contorno na chapa superior foram utilizados na chapa inferior, com restrição de translação nas três direções. As Figuras 5.14 e 5.15 ilustram os procedimentos discutidos.



**Figura 5.14 - Aplicação do carregamento**



**Figura 5.15 – Condições de contorno**

## 5.8 Processamento

O processamento no ABAQUS é realizado criando-se um *Job* e definindo as propriedades para execução, conforme ilustrado na Figura 5.16. Após as definições destas propriedades, submete-se o modelo à execução. Pode-se acompanhar todo o processamento na aba *Monitor*, conforme mostra a figura.

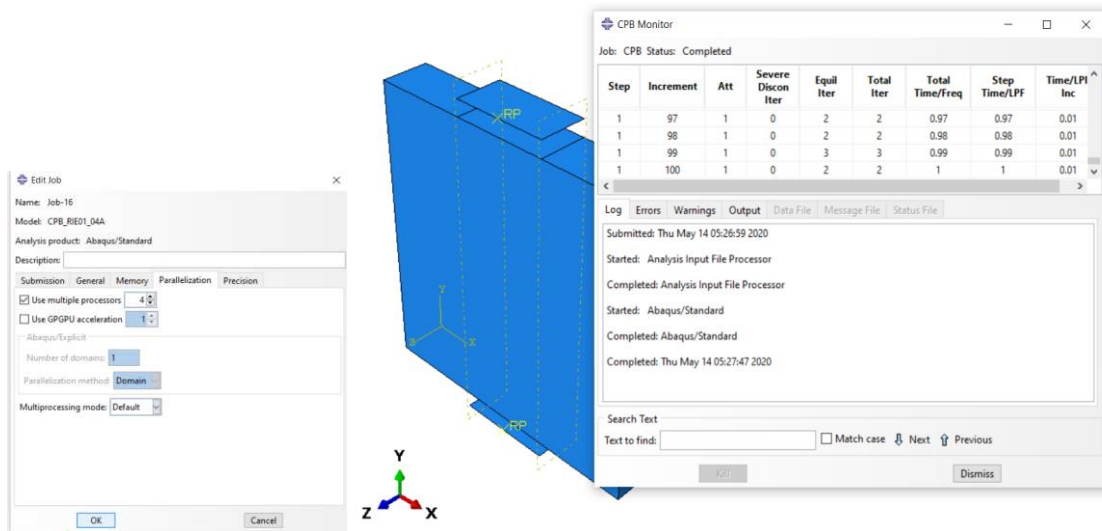


Figura 5.16 - Definição do *Job* e processamento

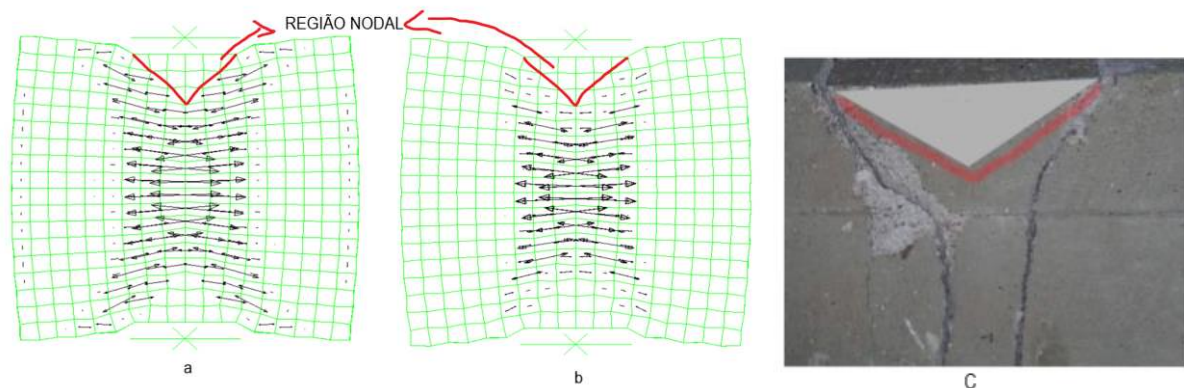
## 6. RESULTADOS E DISCURSÃO

### 6.1 Validação do Modelo Numérico

A seguir são realizadas comparações qualitativas e quantitativas entre os modelos numéricos desenvolvidos e os resultados dos ensaios experimentais discutidos no Capítulo 4.

#### 6.1.1 Comparações qualitativas

As deformações plásticas de tração nos modelos numéricos dos painéis S1-2 e S3-1 acham-se indicadas na Figura 6.1 ao lado da foto do instante da ruptura do painel S1-2. Nesta figura é possível observar uma boa convergência entre o perfil das deformações plásticas de tração (caminho de fissuras perpendicular a estas deformações) com aquele observado nos ensaios experimentais. Isto demonstra que o modelo numérico desenvolvido foi capaz de capturar de maneira adequada os mecanismos envolvidos na ruptura do painel em estudo – formação do cone de compressão no topo e na base do painel e mudança da orientação das deformações plásticas de tração nas vizinhanças do cone de compressão.

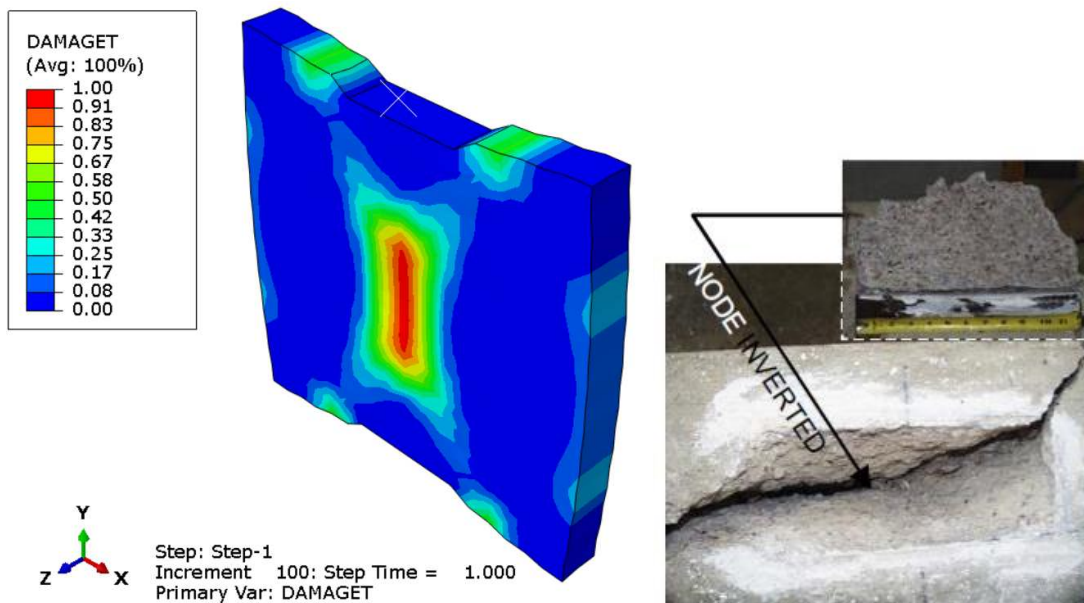


**Figura 6.1 – Deformações plásticas de tração (a) S1-2 numérico (b) S3-1 numérico (c) S1-2 experimental**

A região nodal, tanto no modelo numérico quanto no experimental, tem forma semelhante a um triângulo isósceles com a base igual a duas vezes a sua altura. Nesta região, as tensões são de compressão e em suas vizinhanças foi constatado o esmagamento do concreto (Figura 6-1c).

O perfil do dano de tração do modelo numérico é exibido na Figura 6.2 ao lado da foto do momento da ruptura do painel S1-2. Nesta figura, é possível observar que o modelo numérico

foi capaz de capturar o dano que ocorreu nas faces laterais do painel no momento da ruptura. Também foi reportado por Sankovich a ocorrência de danos em regiões adjacentes a cunha de compressão no topo e na base do painel, situação que foi igualmente capturada pelo modelo numérico desenvolvido – dano de aproximadamente 40%.



**Figura 6.2 - Dano na tração do S1-2 (a) Modelo Numérico (b) Experimental**

Os danos em compressão nos modelos numéricos foram menores do que os danos em tração, aspecto também verificado nos ensaios experimentais. A ordem de grandeza do dano em compressão do modelo numérico foi de 71%. Não obstante este fato, o perfil dos danos em compressão é relevante para validar a localização do esmagamento em compressão do concreto nos modelos numéricos. A Figura 6.3 exibe o perfil dos danos em compressão, onde se pode observar a concentração dos danos nas vizinhanças da região nodal, comprovando a localização do esmagamento registrado no modelo experimental.

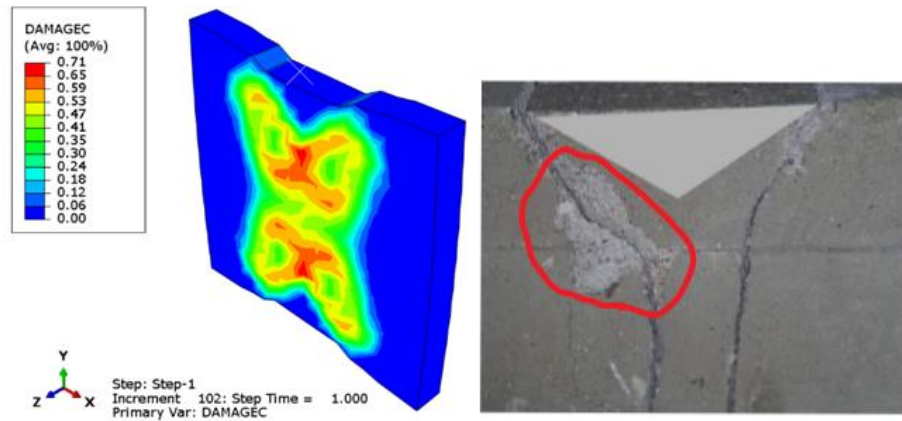


Figura 6.3 - Dano na compressão do S1-2 (a) Modelo Numérico (b) Experimental

A evolução da mudança da configuração do MBT ao longo do processo de carregamento é apresentada na Figura 6.4. Nela é possível perceber um estreitamento da biela com o incremento da carga vertical, representada no modelo numérico com os campos de tensão de tração e de compressão no painel S1-2.

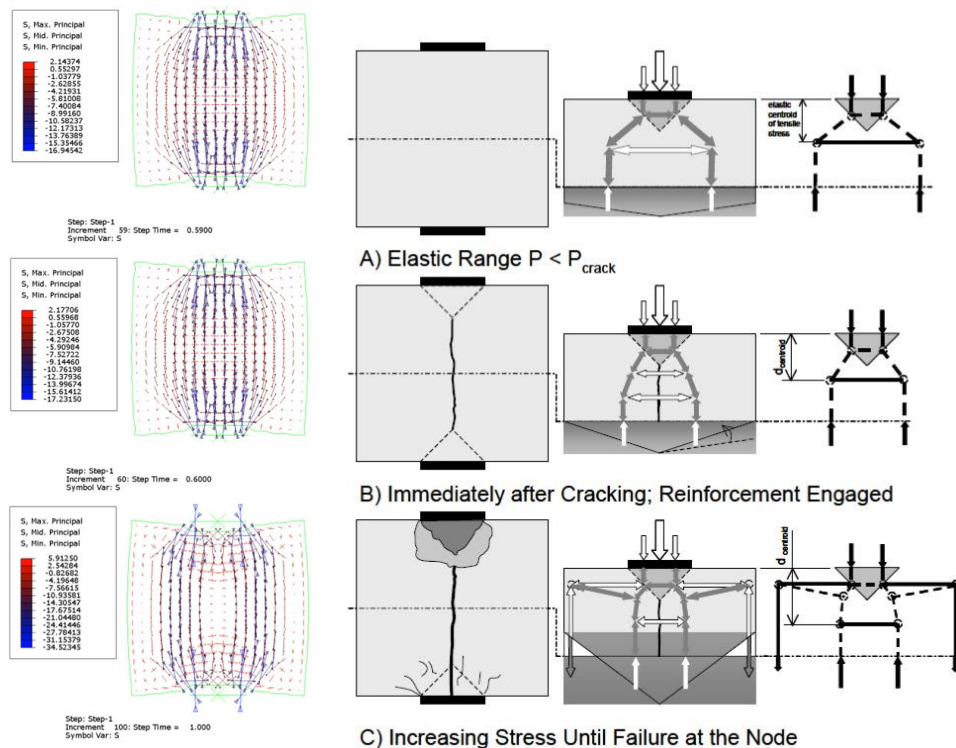


Figura 6.4 – Evolução do MBT para variados níveis de carregamento (a) Modelo Numérico (b) Experimental

Complementarmente, nesta Figura percebe-se, no modelo numérico, o surgimento de tensões de tração vertical que são responsáveis pelo estreitamento da biela observada no modelo

experimental. Este fato comprova que o modelo numérico foi eficiente na captura do fenômeno discutido.

### 6.1.2 Comparações quantitativas

A Tabela 6.1 sumariza os resultados experimentais e numéricos para os painéis investigados. Nela, são apresentadas as cargas de primeira fissura e as deformações horizontais máximas de tração, para os modelos numéricos e experimentais.

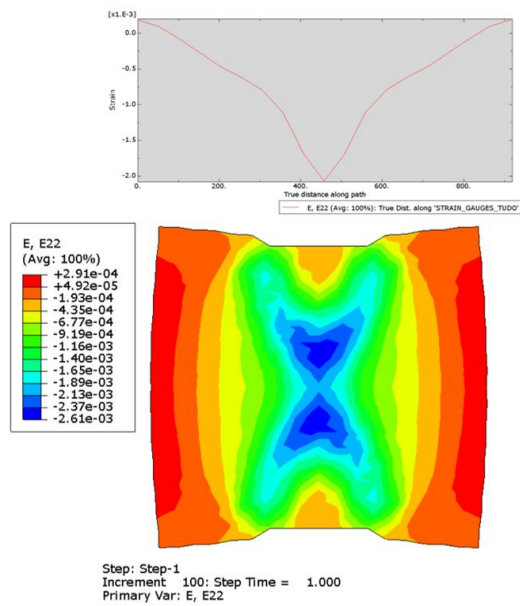
**Tabela 6.1 - Resultados experimentais e numéricos**

Painel	Carga de Primeira Fissura (kN)		Erro (%)	Deformação máxima de tração		Erro (%)
	Num.	Exp.		Num.	Exp.	
	S1-2	424,1		524	-19,06	
S3-1	681,1	608,5	11,93	0,0012	0,0014	-14,3

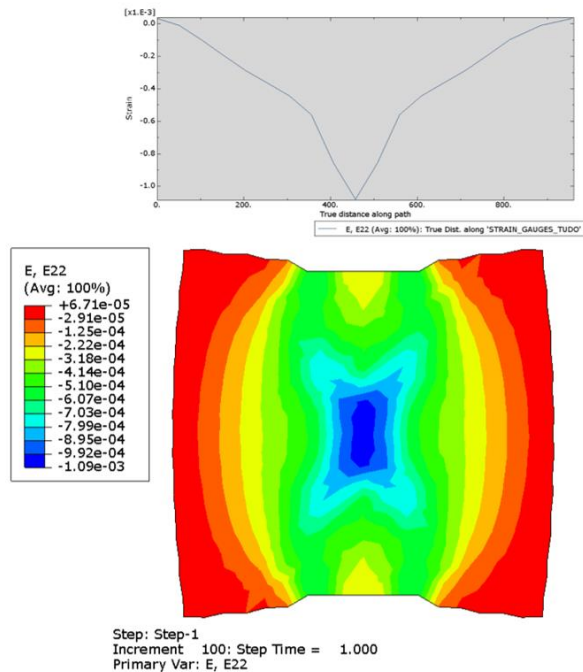
Conforme se observa nos resultados da Tabela 6.1, o modelo numérico conseguiu prever a carga de primeira fissura dos painéis investigados dentro de uma margem de erro considerada aceitável – erro máximo na carga de primeira fissura aproximadamente de -19,06% e erro máximo na deformação máxima de tração de -14,3%.

A distribuição de deformações verticais ao longo da largura dos painéis foi medida por extensômetros distribuídos à sua meia altura partindo do centro até a sua borda externa. Ao realizar os ensaios Sankovich constatou a simetria na distribuição das deformações verticais, e, por conta deste fato, decidiu instrumentar apenas a metade direita dos painéis. As Figuras 6.7 e 6.8 apresentam esta simetria nos modelos numéricos nos dois painéis investigados.



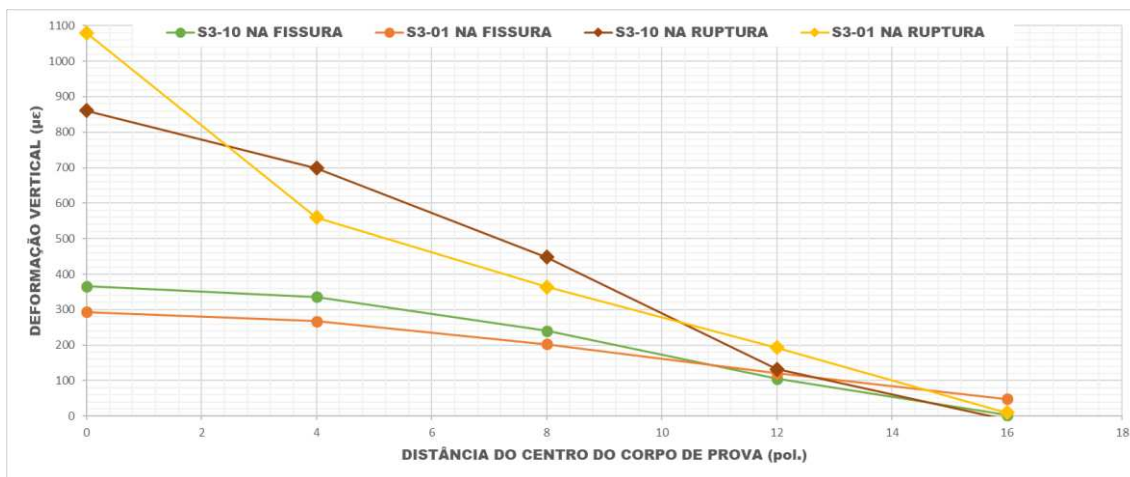


**Figura 6.5 - Simetria das deformações verticais do S1-2**



**Figura 6.6 - Simetria das deformações verticais do S3-1**

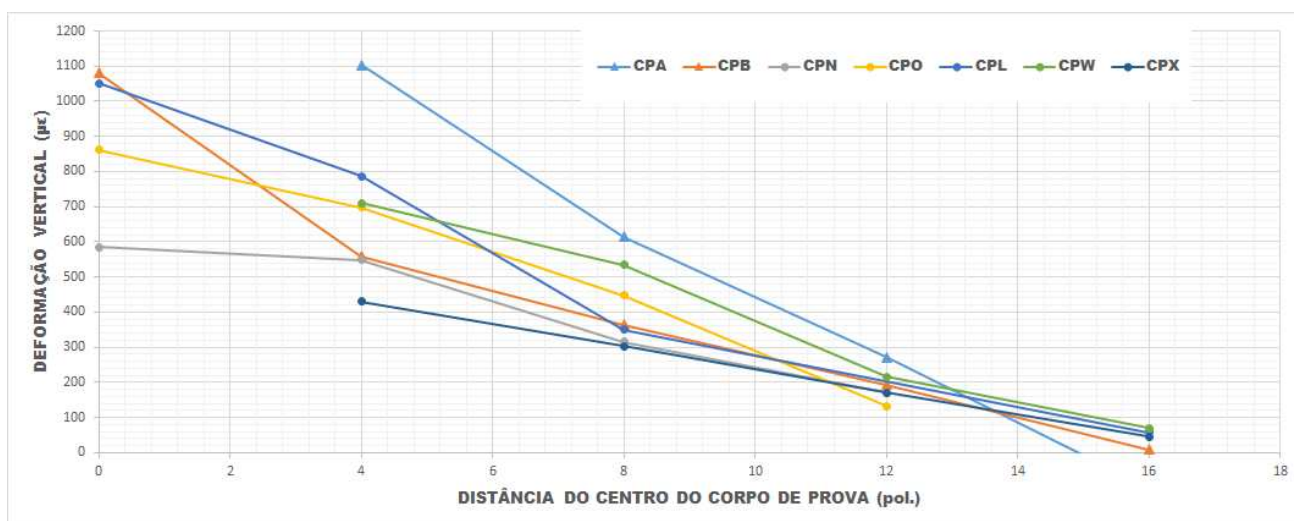
Foram realizadas duas verificações adicionais em relação as deformações verticais, uma comparando os resultados do painel S3-1 no momento de formação da primeira fissura e outra na ruptura com os dados do painel S3-9. Esta escolha foi baseada na semelhança da instrumentação. O Gráfico 6.1 apresenta esta comparação.



**Gráfico 6.1 - Comparação entre a deformação vertical na fissura e ruptura do S3-9 e S3-1**

O comportamento do modelo numérico para as cargas de primeira fissura e ruptura se mostrou muito próximo do modelo experimental, com um comportamento de tendência similar – deformações verticais máximas no centro do painel decrescendo para as bordas do painel.

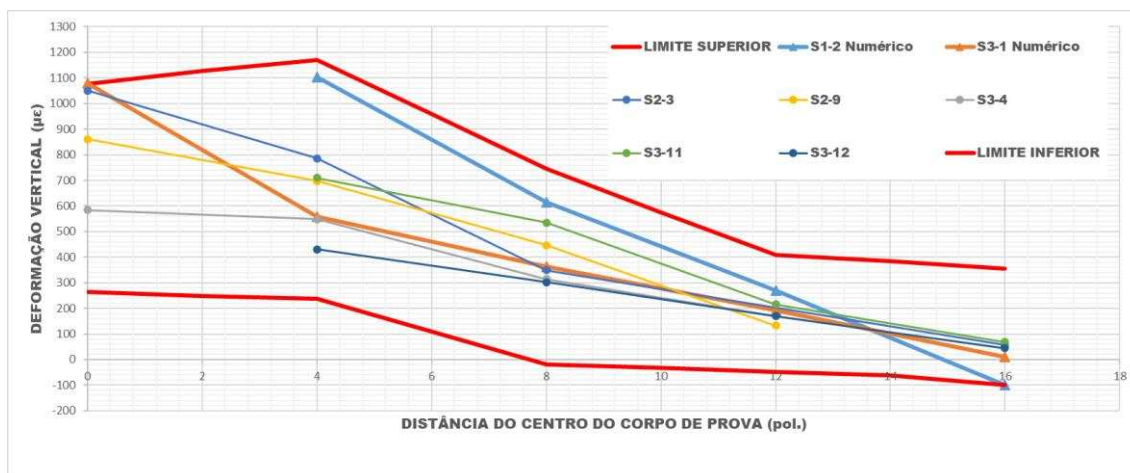
O Gráfico 6.2 apresenta uma comparação das deformações verticais no momento da ruptura para os painéis (S2-3, S-3-3, S3-9, S3-11 e S3-12). A deformações máximas e mínimas do modelo numérico se situou no interior da envoltória de outros painéis experimentais.



**Gráfico 6.2- Comparação entre a deformação vertical na ruptura**

Para certificar que o painel S1-2 está dentro dos resultados experimentais desta validação, é realizada a comparação com o limite superior e inferior apresentados na envoltória apresentada na Figura 4.5. O Gráfico 6.3 mostra a comparação estudada.

Os resultados obtidos no Gráfico 6.3 mostram que as respostas dos painéis numéricos investigados em termo de deformação vertical na ruptura ao longo da largura do painel se situou no interior da envoltória de todos os painéis ensaiados experimentalmente.



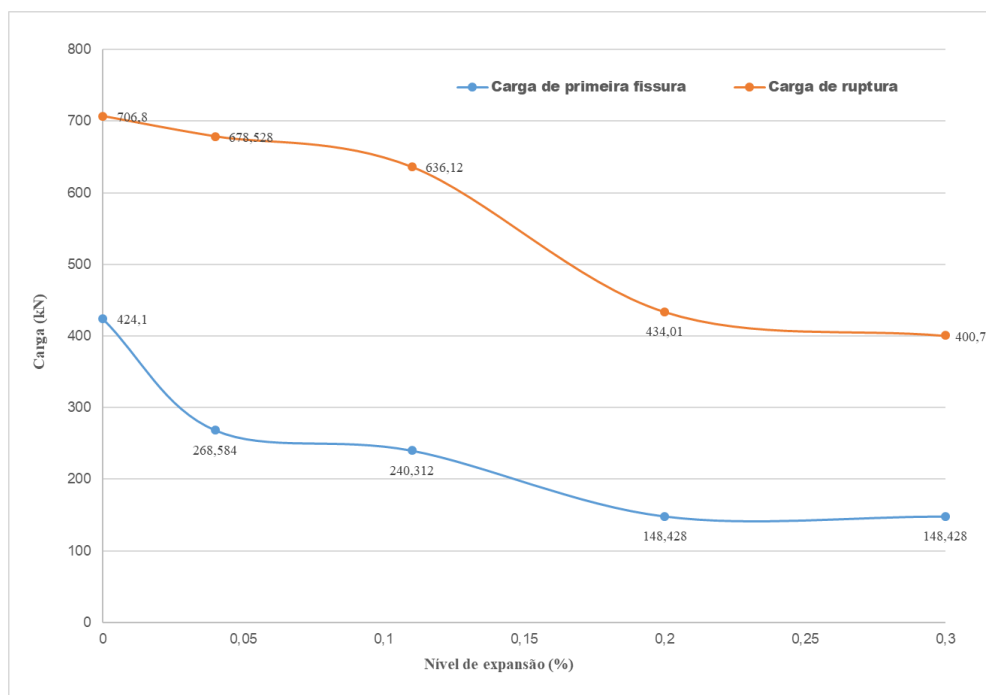
**Gráfico 6.3 - Comparação entre a deformação vertical na ruptura**

Tendo em consideração todos os resultados apresentados ao longo desta seção, pode-se concluir que os modelos numéricos desenvolvidos conseguiram capturar de maneira eficiente o comportamento experimental dos painéis investigados, aspecto que valida os modelos numéricos.

## 6.2 Resultados do painel afetado com RAS

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados das análises numéricas do painel do Sankovich deteriorado pelas expansões da RAS. São apresentados resultados para o painel íntegro, para o painel com redução de propriedades mecânicas do concreto em toda sua extensão e para o painel com redução de propriedades localizadas exclusivamente na biela que se forma em seu interior.

O Gráfico 6.4 mostra a evolução das cargas de primeira fissura e ruptura para os níveis de expansão no painel totalmente afetado.

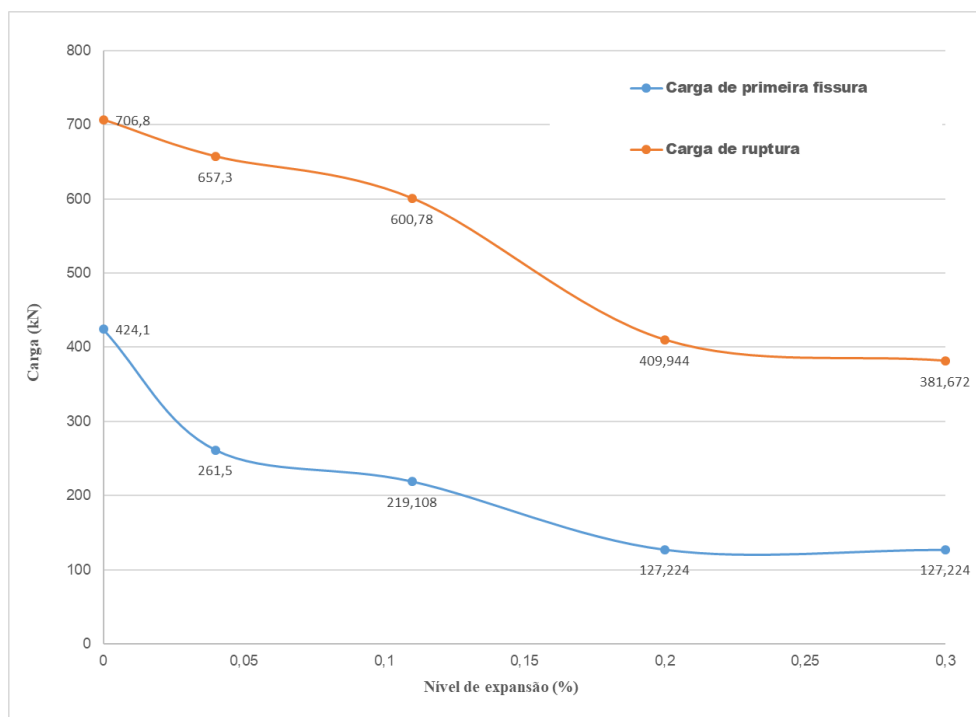


**Gráfico 6.4 – Cargas de primeira fissura e ruptura do painel totalmente afetado**

Pode-se observar que o painel sem expansão apresentou uma carga de primeira fissura de aproximadamente 424,1 kN e para o nível de expansão de 0,04% a carga de primeira fissura foi da ordem de 268,6 kN. Isto significa que para um nível relativamente baixo de expansão a redução de carga de primeira fissura foi de aproximadamente 37%. Para o nível de expansão de 0,30% a carga de primeira fissura foi de 148,4 kN – uma redução de 65%. Isto realça o importante efeito das reações internas de expansão no comportamento global do painel.

A carga de ruptura do painel íntegro foi 706,8 kN e, para o nível de expansão de 0,04%, seu valor chegou a 678,5 kN – uma redução de 4%. A carga de ruptura para o nível de expansão de 0,30% foi menor - 400,7 kN -, configurando uma redução de aproximadamente 43%.

O Gráfico 6.5 mostra a evolução das cargas de primeira fissura e ruptura para os níveis de expansão no painel parcialmente afetado.

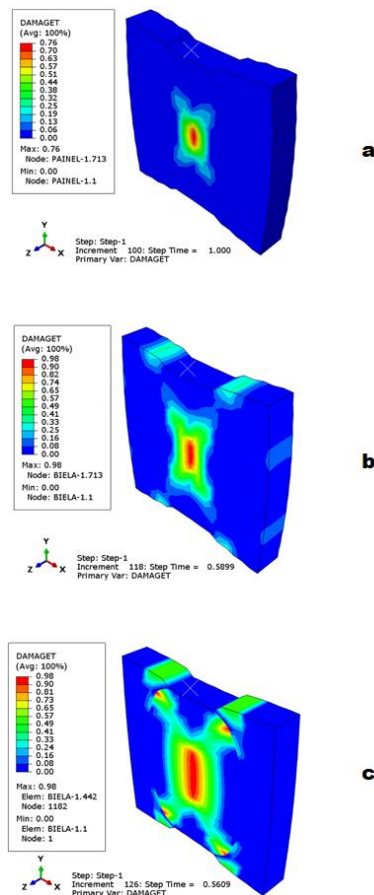


**Gráfico 6.5 - Cargas de primeira fissura e ruptura do painel parcialmente afetado**

A redução da carga de primeira fissura no nível mínimo de expansão alcançou 38%, enquanto no nível máximo a redução foi de aproximadamente 70%. A carga de ruptura para o nível de expansão de 0,04% chegou a 657,3 kN – uma redução de 7%. A carga de ruptura para o nível de expansão de 0,30% foi menor ainda - 381,6 kN -, configurando uma redução de aproximadamente 46%.

É possível ainda observar nos Gráficos acima apresentados que, para níveis de expansão relativamente pequenos, já há uma importante redução, tanto na carga de primeira fissura quanto na carga de ruptura. Adicionalmente, foi observado também que o efeito das expansões pequenas foi mais pronunciado na carga de primeira fissura. Para níveis de expansão crescentes as reduções na carga de primeira fissura e de ruptura foram menos pronunciadas. Este fato aponta para a importância de se conhecer os níveis de expansão existente em peças de concreto afetadas por reações internas expansivas para que se possa avaliar a necessidade de intervenções de recuperação ou reabilitação.

A Figura 6.7 exibe o perfil de dano na tração na ruptura para os níveis de expansão de 0,04% para no painel íntegro, no painel todo afetado e no painel parcialmente afetado na região da biela.



**Figura 6.7 - Dano na tração para expansão de 0,04% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente**

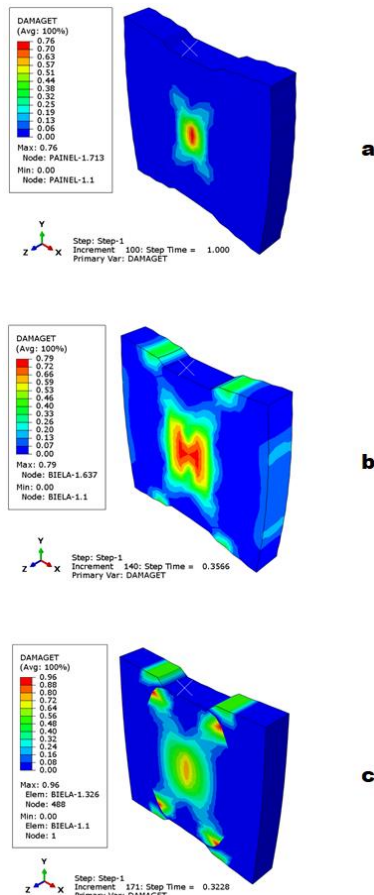
Pode-se observar que a reação expansiva aumentou o alcance do dano ao longo do painel, principalmente na região da biela em forma de garrafa. O dano máximo atingiu o valor de 98%, na região central dos painéis afetados. Foi também observado o surgimento de dano de tração nas laterais da zona de carregamento dos painéis, compatível com as observações experimentais. Este dano foi mais pronunciado quando se afetou apenas a região da biela com os efeitos da reação de expansão.

Para o nível de expansão de 0,04%, o painel integralmente afetado apresentou uma carga na ruptura de 514 kN - 5% superior que aquela correspondente ao painel afetado por reações de expansão exclusivamente na biela.

Na Figura 6.7c (painel afetado exclusivamente na região da biela) vê-se que o dano se propaga verticalmente na direção do eixo de carregamento, alcançando a parte superior do painel, ao passo que na Figura 6.7b (painel integralmente afetado) o dano se concentra

primordialmente na parte central do painel. Ainda foi possível observar danos nas faces verticais laterais do painel integralmente afetado.

O perfil de dano na tração na ruptura para os níveis de expansão de 0,30% para o painel íntegro, para painel integralmente afetado e para o painel exclusivamente afetado na região da biela é mostrado na Figura 6.8.



**Figura 6.8 - Dano na tração para expansão de 0.30% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente**

Para uma expansão de 0,30%, o painel integralmente afetado exibiu um perfil de dano na tração na ruptura mais distribuído na região do centro do painel. Para este painel, danos acima de 40% foram observados em toda região central.

O perfil de dano no painel parcial afetado para o nível máximo de expansão foi de danos mais concentrados nas periferias da biela, adjacentes ao cone de compressão.

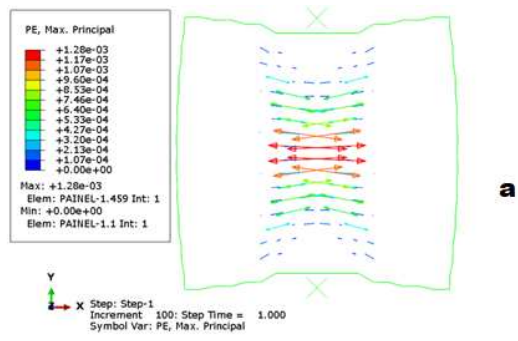
Os painéis integralmente afetados e os painéis afetados exclusivamente nas bielas apresentaram capacidade de carga na ruptura praticamente iguais, mas com o perfil de distribuição do dano em tração diferente. A explicação para este fato é que o mecanismo de ruptura dos painéis é complexo. Com efeito, o modo de ruptura esperado é caracterizado pelo surgimento de uma fissura de tração aproximadamente vertical que gradualmente vai aumentando de espessura até uma falha não dúctil caracterizada pelo esmagamento do concreto em compressão nas proximidades da região nodal. Esse último modo de ruptura foi adequadamente caracterizado pelo CDP que mostrou deformações plásticas de compressão nesta região, que indicam numericamente o início do processo de esmagamento do concreto.

A Figura 6.9 exhibe as deformações plásticas de tração na ruptura para o nível de expansão de 0,04% para o painel íntegro, para o painel integralmente afetado e para o painel afetado exclusivamente na biela. Pode-se observar que o perfil das deformações plásticas de tração do painel íntegro e do painel integralmente afetado são semelhantes, muito embora os valores máximos das deformações sejam diferentes - 1,28‰ e 2,27‰, respectivamente. Entretanto, quando se comparam essas duas hipóteses com aquela do painel afetado exclusivamente na região da biela, observam-se mudanças no perfil de distribuição das deformações e no seu valor máximo - 2,94‰. Neste último caso, o processo de fissuração mais significativo se localiza no contorno da região nodal.

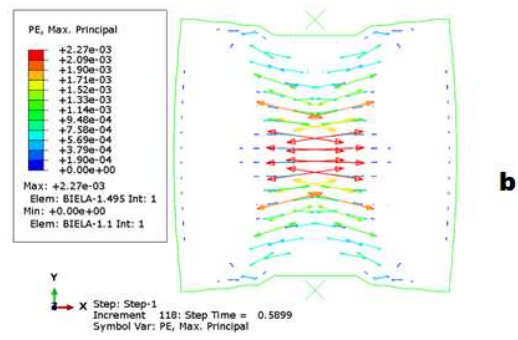
Para um nível de expansão de 0,30% o perfil das deformações plásticas de tração é distinto para as três hipóteses estudadas, conforme se observa na Figura 6.10, com os valores máximos de, respectivamente, 1,28‰, 2,05‰ e 2,06‰, para o painel íntegro, o painel afetado integralmente e o painel afetado exclusivamente na região da biela.

As diferenças observadas no perfil das deformações plásticas de tração para os níveis de expansão estudados do painel integralmente afetado e o painel afetado exclusivamente na biela, aponta para a importância na escolha no mecanismo de afetação da peça. Mostrando que a estratégia de afetar exclusivamente a biela é importante. Para o autor a escolha de afetar exclusivamente a biela se mostra mais adequada por causa do mecanismo de sustentação de carga.

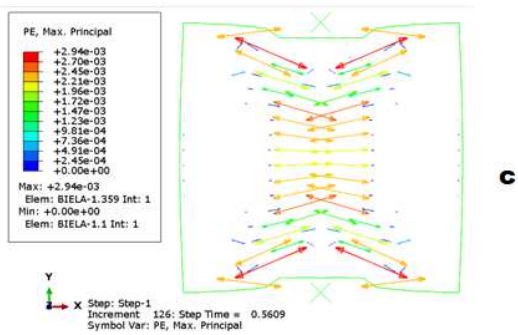




**a**

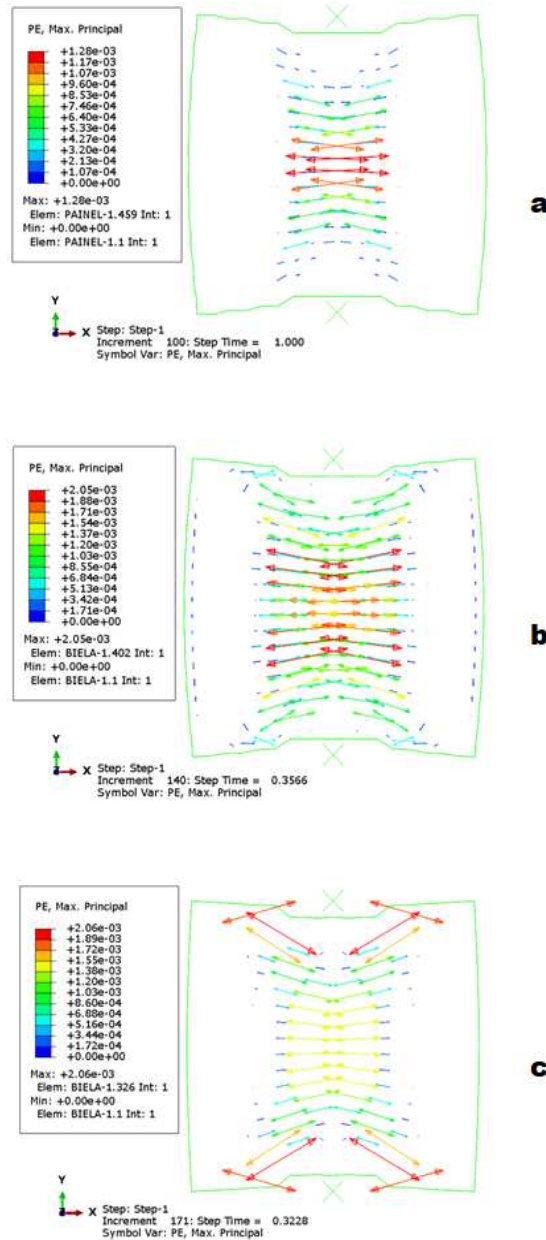


**b**



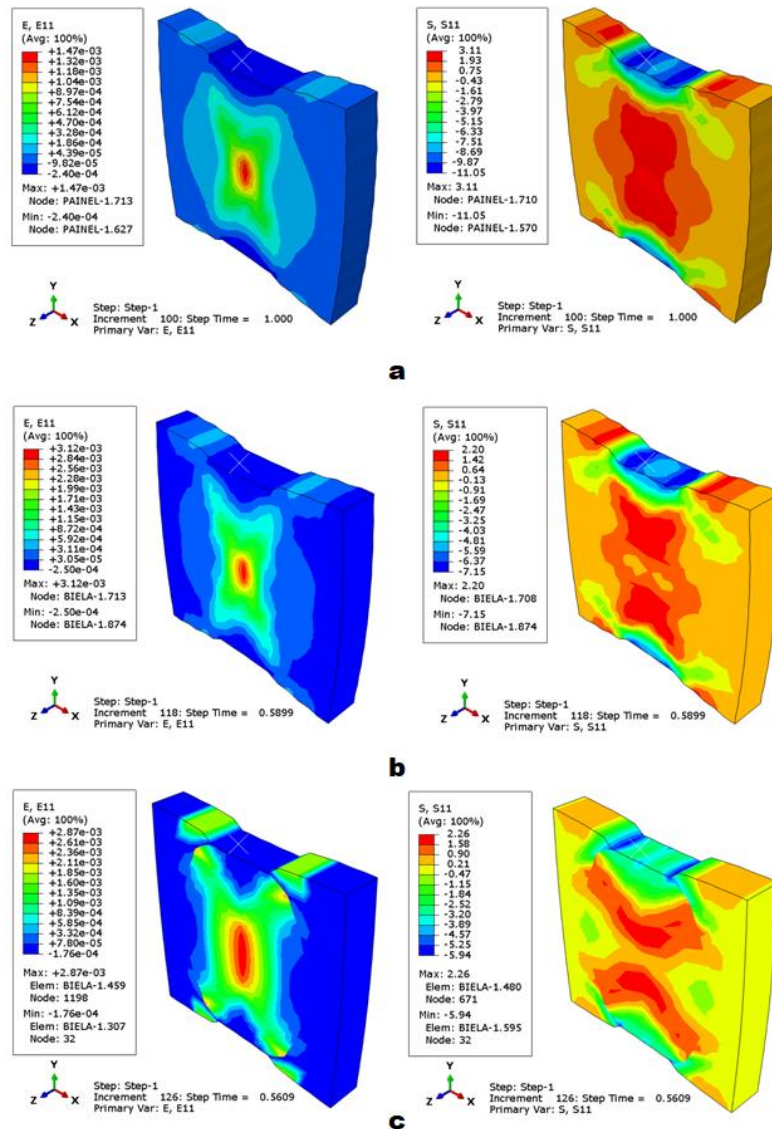
**c**

**Figura 6.9 - Deformação plástica de tração para expansão de 0.04% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente**



**Figura 6.10 - Deformação plástica de tração para expansão de 0.30% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente**

O perfil das tensões e deformações no eixo horizontal para o nível de expansão de 0,04% para o painel íntegro, o painel integralmente afetado e para o painel afetado exclusivamente na região da biela é ilustrado na Figura 6.12.



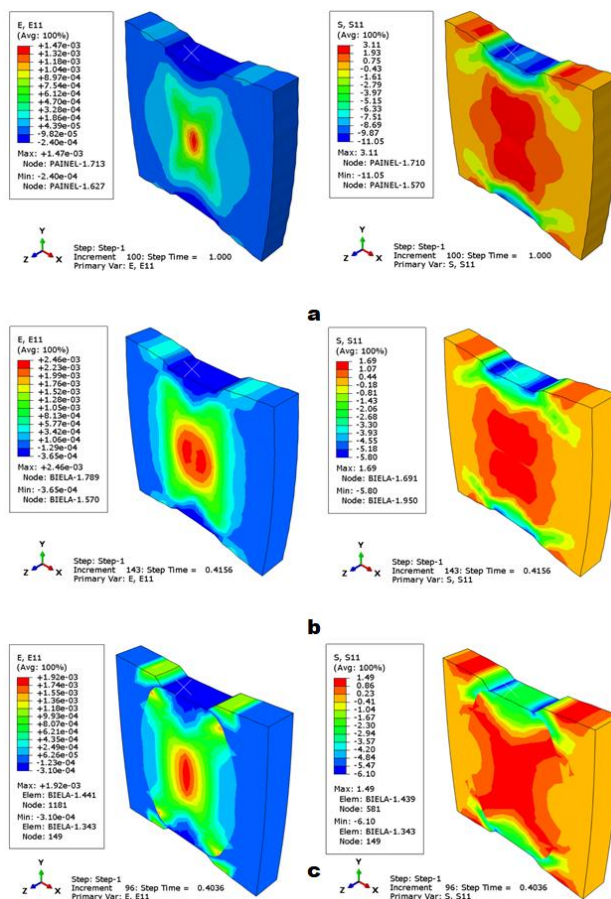
**Figura 6.11 - Deformação total e tensão no eixo x para expansão de 0.04% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente**

As deformações totais de tração são mais elevadas nos painéis com reação interna de expansão. Contudo, as tensões nestes painéis são menores, indicando a influência da redução na resistência à tração.

A deformação total em tração é menor no painel parcialmente afetado, comparando com o painel totalmente afetado. Este fato evidencia o confinamento da biela causado pela parcela não afetada do painel.

Há um componente de tensão de compressão mais elevado e muito próximo do contato entre a biela e o restante do painel. Isto explica a forte inclinação dos componentes de tração e a mudança da configuração na distribuição de tensão.

A Figura 6.13 exibe o perfil das tensões e deformações no eixo horizontal para o nível de expansão de 0,20%.



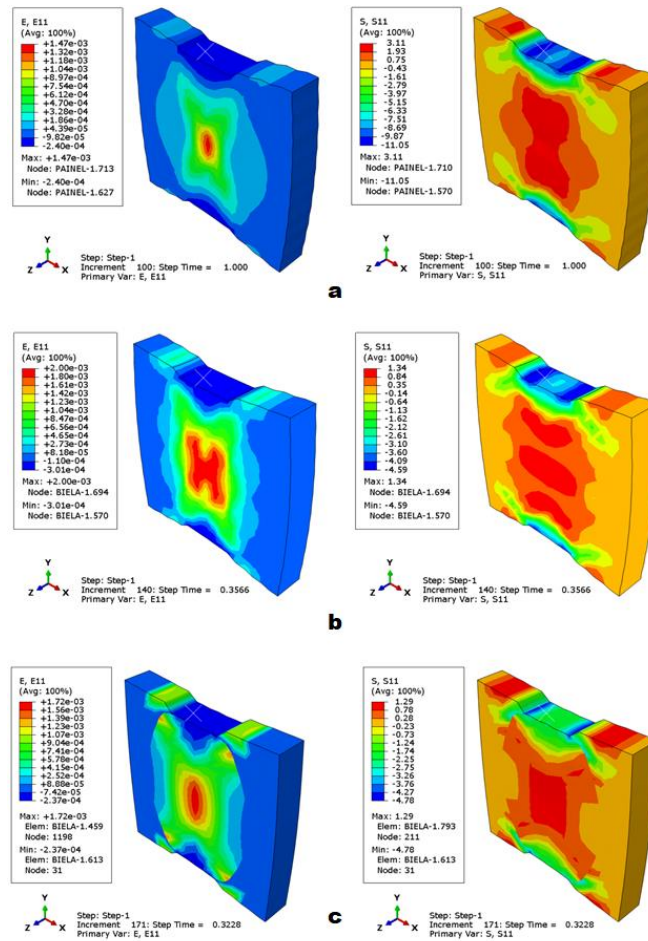
**Figura 6.12 - Deformação total e tensão no eixo x para expansão de 0.20% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente**

Para o nível expansão de 0,20%, a deformação total de tração do painel parcialmente afetado é concentrada no centro se propaga até a região de aplicação da carga. Neste estágio de reduções das propriedades mecânicas, o cone de compressão diminui.

No painel totalmente afetado a deformação máxima de tração deixa de ser no centro e se propaga para 5 cm à direita e à esquerda. Este comportamento é condizente com o observado nas deformações plásticas de tração das Figuras anteriores.

A tensão máxima horizontal dos painéis com razão interna de expansão é aproximadamente 50% menor que a registrada no painel sem expansão. A redução na tensão mínima segue aproximadamente a mesma porcentagem.

Na Figura 6.14 é mostrado o perfil de tensões e deformações horizontais para o nível de expansão de 0,30%.



**Figura 6.13 - Deformação total e tensão no eixo x para expansão de 0.30% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente**

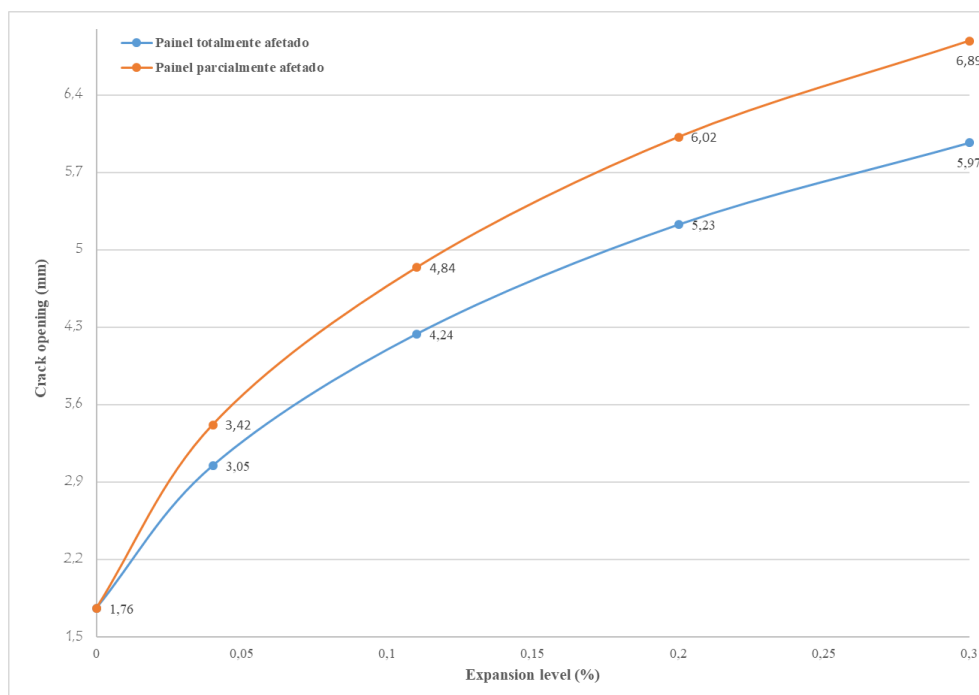
A deformação horizontal máxima no painel totalmente afetado é de 2‰ e a biela está completamente tracionada. A tensão máxima horizontal se concentra em três pontos distintos como um valor de 1,34 MPa.

Para a expansão de 0,30% no painel parcialmente afetado, a biela concentra mais altas tensões horizontais de compressão no seu topo e base. A configuração das deformações e tensões horizontais são mais definidos, quando comparados ao painel totalmente afetado.

O Gráfico 6.6 mostra a evolução da carga e da abertura de fissura máxima na ruptura ao longo dos níveis de expansão. Esta abertura de fissura máxima é um valor calculado a partir da Equação 6.1.

$$w = (\varepsilon_t - \varepsilon_{tm}) * leq$$

Equação 6.1



**Gráfico 6.6 - Carga e abertura de fissura na ruptura para cada nível de expansão**

Para o painel totalmente afetado com o nível de expansão de 0,04% a abertura máxima de fissura é de aproximadamente 3,05 mm e para o painel sem expansão a abertura de fissura é da ordem de aproximadamente 1,76 mm – um aumento de 73%. O painel parcialmente afetado experimentou um aumento na abertura máxima de fissura de 94% para o mesmo nível de expansão.

Para o nível de 0,30% de expansão, a abertura máxima de fissuras do painel totalmente e parcialmente afetado foi de, respectivamente, 5,97 mm e 6,89 mm – um aumento em relação a abertura de fissura máxima do painel sem expansão de, respectivamente, 239% e 291%.

Tendo em consideração todos os resultados apresentados ao longo desta seção, pode-se concluir que os efeitos das reduções nas propriedades mecânicas do concreto são relevantes

na perda de capacidade de carga, no aumento do dano na rigidez, no aumento da propagação de fissuras e da abertura máxima de fissura.

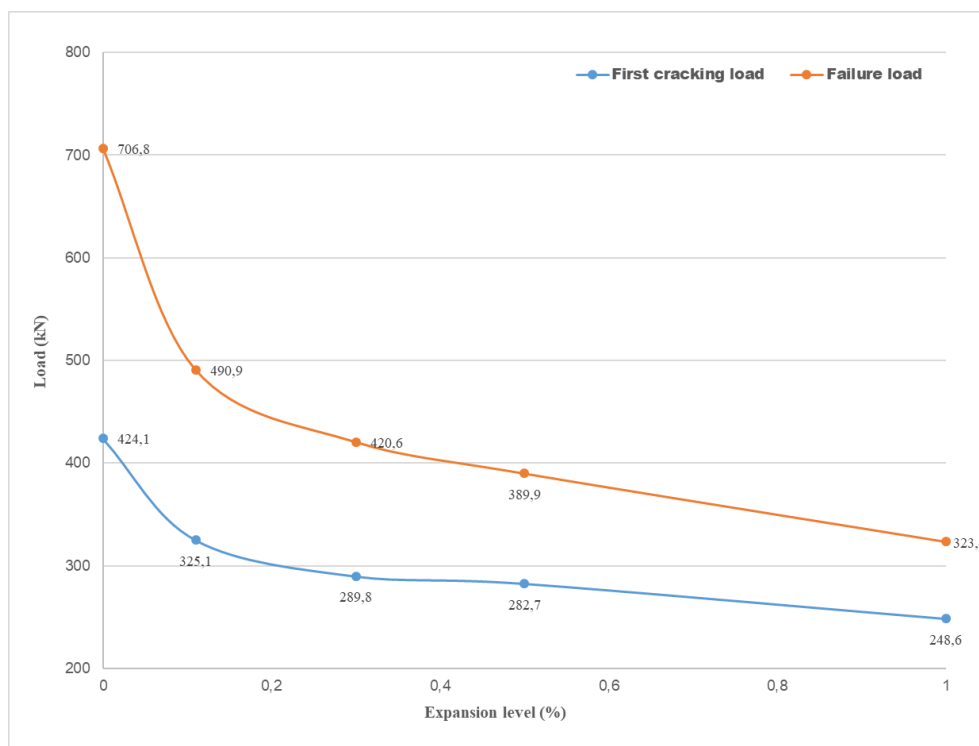
Os resultados demonstram que os efeitos acima citados foram significativos mesmo no nível 0,04% de expansão, sendo este o mínimo. Isto indica a importância de medidas preventivas nas fases iniciais de expansão.

### **6.3 Resultados do painel afetado com DEF**

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados das análises numéricas do painel do Sankovich deteriorado pelas expansões da DEF.

O Gráfico 6.7 mostra a evolução da primeira carga de fissura e ruptura com os níveis de expansão para o painel totalmente afetado. Pode-se ver que o painel intacto apresentou uma primeira carga de fissura de cerca de 421 kN e para o nível mínimo de expansão a primeira carga de fissura foi da ordem de 325,1 kN. Isto significa que para um nível relativamente baixo de expansão (0,11%), a primeira redução da carga de rachadura foi de aproximadamente 23%. Para o nível máximo de expansão (1%), a primeira carga de fissuração foi de 248,6 kN - uma redução de 41%. Este fato é consistente com pesquisas anteriores que observaram que uma expansão de 0,1% corresponde ao primeiro aparecimento de fissuras visíveis no concreto afetado pelo DEF. A redução da capacidade de carga do painel observada em nível macroscópico pode, de fato, ser microscopicamente explicada pela separação entre pasta e agregado, como comumente relatado por vários pesquisadores [49-50].

A carga de ruptura do painel intacto foi de 706,8 kN e, para o nível de expansão de 0,11% para o painel totalmente afetado, seu valor atingiu 490,9 kN - uma redução de 31%. A carga de ruptura para o nível de expansão de 1% foi ainda menor - 323,4 kN -, representando uma redução de aproximadamente 54%. Estes resultados destacam o importante efeito das reações de expansão interna no comportamento geral do painel. Comportamento semelhante foi encontrado por Karthik [16], que relatou a capacidade de absorção de energia de grandes juntas de colunas de vigas de concreto armado sujeitas à deterioração do ASR/DEF próximo a 40% da amostra de controle sem deterioração.

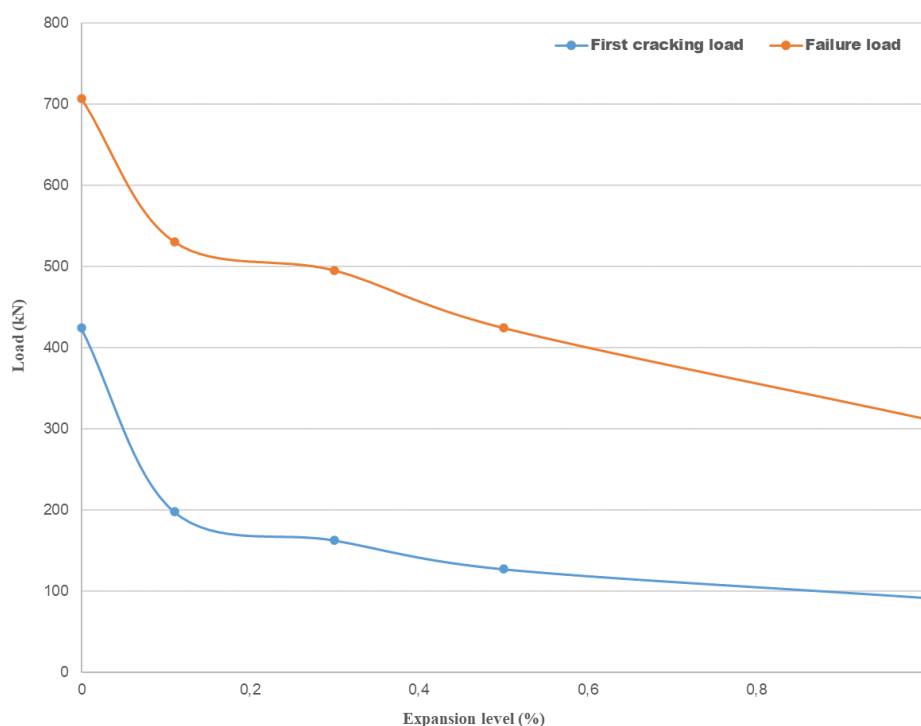


**Gráfico 6.7 – Cargas de primeira fissura e ruptura do painel totalmente afetado**

Também é possível observar no Gráfico 6.7 que há reduções importantes nos níveis iniciais de expansão, tanto na carga de primeira fissuração como na carga de ruptura. Além disso, foi observado que o efeito das expansões discretas foi mais pronunciado na carga de ruptura. Para níveis médios de expansão, as reduções na carga de primeira fissura e de ruptura foram menos pronunciadas. Este fato aponta para a importância do diagnóstico precoce dos níveis de expansão existentes nos elementos de concreto afetados pelo DEF para que se possa decidir sobre a necessidade de intervenções de recuperação ou reabilitação.

As mesmas análises foram feitas para o painel parcialmente afetado e os resultados são mostrados no Gráfico 6.8. Pode-se observar diminuições de 53% e 78% na carga de primeira fissura para níveis baixos e altos de expansões, respectivamente. Da mesma forma, foram observadas reduções nas cargas de ruptura de 25% e 45% para esses níveis de expansão.



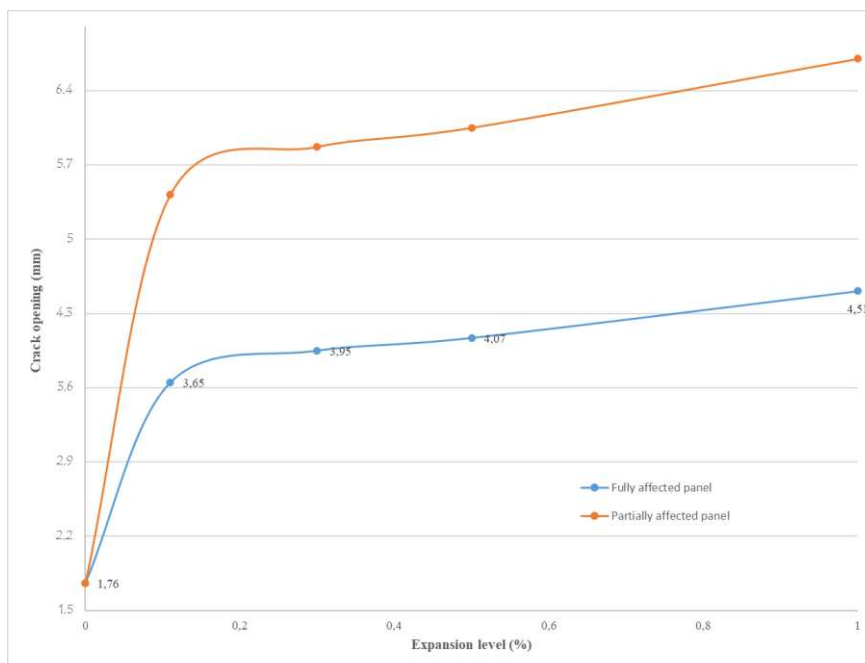


**Gráfico 6.8 – Cargas de primeira fissura e ruptura do painel parcialmente afetado**

O Gráfico 6.9 mostra a evolução da abertura máxima de fissura na ruptura com os níveis de expansão para o painel totalmente afetado. Para painéis com o nível mínimo de expansão, a abertura máxima de fissura é de aproximadamente 3,65 mm e para painéis intactos, a abertura de trinca é de aproximadamente 1,76 mm - um aumento de 104%. Para painéis com um nível de expansão de 1%, a abertura máxima de fissura é de aproximadamente 4,51 mm - um aumento em relação à abertura máxima de fissura do painel sem uma expansão de 156%. Também pode ser visto no Gráfico 6.9 a evolução da abertura máxima de fissura na ruptura com os níveis de expansão para o painel parcialmente afetado a partir do qual se pode perceber um aumento na largura de abertura de fissura de 208% e 281% para níveis baixos e altos de expansões, respectivamente. Os valores de abertura de fissuras obtidos podem ser comparados por ordem de magnitude com aqueles encontrados em vigas de concreto deterioradas devido à expansão do DEF por outras pesquisas [10].

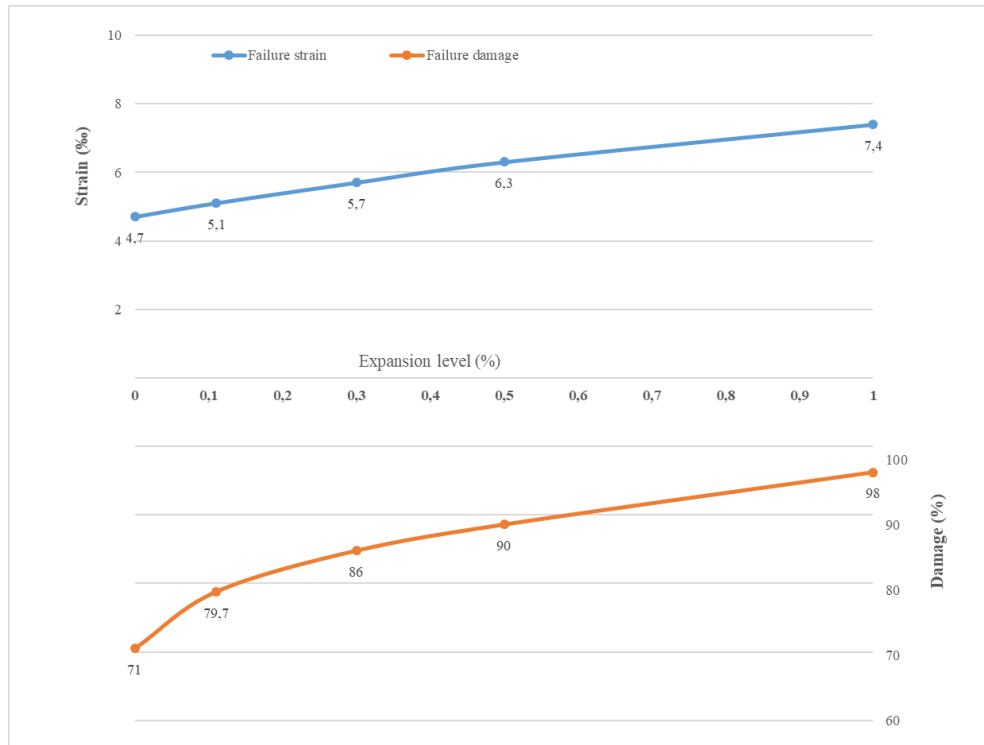
O aumento da abertura da fissura demonstra os danos potenciais da reação no concreto, já que estas fissuras abrem caminhos para o transporte de agentes agressivos do exterior para o interior do elemento, comprometendo sua durabilidade. Consistentemente com o que foi observado, Karthik [10] afirma, adicionalmente, que as fissuras induzidas pela DEF podem

levar à entrada de umidade e corrosão em vergalhões que podem impactar negativamente a resistência e a ductilidade da estrutura.



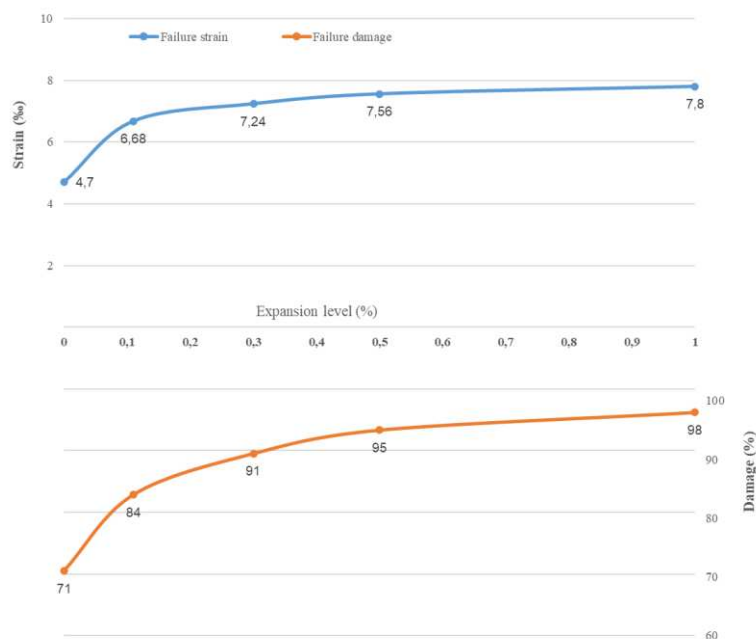
**Gráfico 6.9 - Carga e abertura de fissura na ruptura para cada nível de expansão**

A evolução da deformação e do dano na compressão com o nível de expansão na ruptura do painel totalmente afetado é mostrada no Gráfico 6.10. Pode-se ver que o painel intacto apresentou uma deformação compressiva de cerca de 4,7 ‰. Para um nível de expansão de 0,11%, a deformação compressiva foi de cerca de 5,1 ‰ e para o nível de expansão de 1%, atingiu uma deformação compressiva de 7,4 ‰. Isto significa que, para o nível mínimo de expansão, o aumento da deformação compressiva foi de aproximadamente 8,5%, enquanto que para o nível máximo, o aumento foi de 57,4%. Além disso, quando o dano na compressão é observado, o painel intacto exibiu um valor de aproximadamente 71%. Para o nível máximo de expansão, apresentou um dano de aproximadamente 98% - um aumento de 38%. Estes resultados mostram uma importante redução na rigidez do painel causada pela reação de expansão interna.



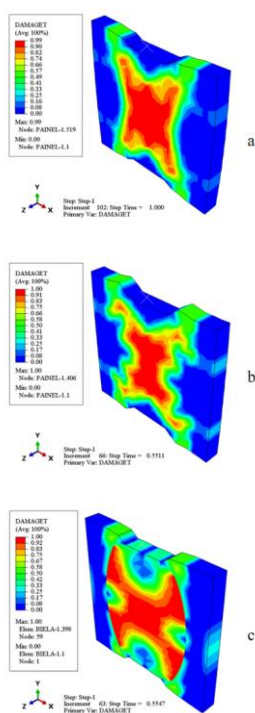
**Gráfico 6.10 – Deformação e dano na compressão no painel totalmente afetado**

A evolução da deformação e do dano na compressão com o nível de expansão na ruptura para o painel parcialmente afetado é mostrada no Gráfico 6.11. Foram observados aumentos de cerca de 31% na tensão de compressão para baixo nível de expansão e praticamente nenhuma diferença para alto nível de expansão.



**Gráfico 6.11 – Deformação e dano na compressão no painel parcialmente afetado**

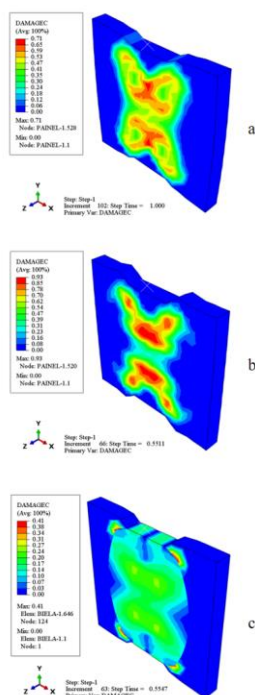
A Figura 6.14 exibe o perfil de danos na tração em ruptura para um nível de expansão de 1% para os painéis intactos, totalmente afetados e parcialmente afetados. O perfil de danos por tração dos painéis é semelhante, com as fissuras se concentrando no centro dos painéis. Pode-se observar que o painel parcialmente afetado, além de apresentar os danos por tração distribuídos pelas bielas, exibiu danos de cerca de 30% na lateral do painel e cerca de 50% próximo à área de carga e à região nodal. O painel totalmente afetado não apresentou danos na região nodal. Estes resultados mostram que no cenário com a expansão concentrada somente na região das bielas produziu o pior desempenho estrutural para o painel investigado. Esta é uma conclusão importante para os engenheiros de projeto estrutural.



**Figura 6.14 - Dano na tração para expansão de 1% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente**

A Figura 6.15 ilustra o perfil de danos na compressão em ruptura no nível máximo de expansão para os painéis intactos, totalmente afetados e parcialmente afetados. O perfil de danos por compressão do painel intacto e totalmente afetado é semelhante. O esmagamento do concreto é concentrado no início do cone de compressão. No painel parcialmente afetado, o dano por compressão é distribuído por todo o cone de compressão e a cunha de compressão se agrava como resultado do achatamento da superfície de carga. Isto significa uma perda de rigidez nos pontos de transferência de carga. O dano por compressão se torna mais uniformemente distribuído na parte afetada do painel, o que indica mais regiões sendo

esmagadas, mesmo que o valor do dano nesta hipótese não tenha sido o maior. Isto pode ser devido à falha da parte parcialmente afetada, que foi causada por tensões de tração.



**Figura 6.15 - Dano na compressão para expansão de 1% (a) não afetado (b) afetado totalmente (c) afetado parcialmente**

Levando em conta todos os resultados apresentados ao longo desta seção, pode-se concluir que os efeitos das reduções nas propriedades mecânicas do concreto devido à etringita tardia são relevantes na perda da capacidade de carga. A Tabela 6.2 resume os resultados discutidos nesta seção.

**Tabela 6.2 – Resumo da diminuição das cargas de primeira fissura e ruptura do painel S1-2**

Cenário	Redução na carga de primeira fissura		Redução na carga de ruptura		Aumento da largura da fissura	
	NBE	NAE	NBE	NAE	NBE	NAE
PTA	-23%	-41%	-31%	-54%	+104%	+156%
PPA	-53%	-78%	-25%	-56%	+208%	+281%

PTA = painel totalmente afetado, PPA = painel parcialmente afetado, NBE = nível baixo de expansão, NAE = nível alto de expansão.

## 7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 7.1 Conclusões

O objetivo geral da pesquisa foi buscar o entendimento do comportamento estrutural de bielas de concreto isoladas em forma de garrafa deterioradas por reações internas de expansão através de modelagens numéricas com o Método dos Elementos Finitos.

As conclusões que podem ser extraídas da pesquisa realizada são as seguintes:

- O Modelo CDP do Abaqus se mostrou uma estratégia numérica eficiente para a representação dos fenômenos mecânicos envolvidos nos mecanismos de sustentação de cargas em painéis de concreto parcialmente carregados com a formação de bielas isoladas em forma de garrafa. A calibração do modelo CDP com os experimentos de Sankovich realçou as capacidades do modelo;
- Para a utilização do CDP, há, entretanto, uma importante dificuldade a ser superada - a indisponibilidade de resultados experimentais para uma gama variada e concretos relativos às deformações plásticas e dos danos, tanto em regime de tração quanto em regime de tração;
- Para superar as dificuldades apontadas, foi desenvolvida uma rotina, tendo como base a pesquisa de Alfarah (2018) que permitem a obtenção das propriedades necessários à utilização do CDP de maneira automatizada e com poucos parâmetros de entrada - a resistência característica à compressão do concreto, o comprimento equivalente da malha de elementos finitos e a relação entre a deformação plástica e a deformação inelástica em compressão;
- Para a realização das simulações numéricas do concreto com a utilização do CDP é desejável a utilização de uma malha de elementos finitos estruturada e uniforme. Isto é importante porque o modelo é relativamente sensível ao comprimento equivalente da malha de elementos finitos e, desta forma, em problemas com densidade de malha

distintas vão demandar propriedades de tensão x deformação plástica de tensão x dano específicas m tração e compressão;

Uma estratégia de simular numericamente os efeitos das reações internas de expansão em painéis de concreto parcialmente considerando o efeito destas expansões nas propriedades de resistência e deformação do concreto, de acordo com Sanchez (2017 e 2018) foi investigada na pesquisa e os resultados a seguir resumizam os principais achados:

- Níveis de expansão internas pequenos a moderados exibiram importante influência no perfil de dano esperado, na estimativa da carga de primeira fissura, na abertura estimada da fissura e na capacidade de carga dos painéis investigados, tanto para expansões de RAS quanto para expansões de DEF;
- Para as expansões devidas à RAS, quando comparados com os valores do painel íntegro, destacam-se as seguintes constatações:
  - A redução na capacidade de carga dos painéis estudados foi de 70%;
  - O incremento da deformação plástica de tração na ruptura foi de 60%;
  - A abertura máxima de fissura foi de 6,89 mm.
- Para as expansões devidas à DEF, quando comparados com os valores do painel íntegro, destacam-se as seguintes constatações:
  - A redução na capacidade de carga dos painéis estudados foi de 78%;
  - O incremento da deformação plástica na compressão foi duplicado;
  - A abertura máxima de fissura experimentou um aumento de 281%.

## **7.2 Recomendação para Trabalhos Futuros**

Tendo em vista as limitações de prazo usuais em trabalhos de pesquisa de mestrado, alguns pontos importantes não puderam ser investigados com o nível de detalhes desejado. Estes pontos se constituem, portanto, temas de interesse do autor para desenvolvimento de trabalhos de pesquisa futuros e acham-se a seguir elencados:

- Realizar uma análise de sensibilidade dos parâmetros de viscosidade e de ângulo de atrito que integram os fundamentos da superfície de ruptura do CDP;

- Estudar numericamente os modelos de Sankovich dotados de armaduras com variadas configurações de distribuição para formular o entendimento de sua influência em painéis afetados por reações internas de expansão;
- Aprimorar a rotina desenvolvida de forma que seja eliminada a dependência dos resultados da malha de elementos finitos utilizada;
- Codificar a rotina desenvolvida para utilização direta no ABAQUS.



# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 2nd ed., American Association of State Highway and Transportation Officials, Washington, DC, 1998.

ABAQUS. (2010). ABAQUS User's Manual. Providence, Rhode Island, USA: Dassault Systèmes. Simulia Corporation ABAQUS vs. 6.10.

ACI 318-02, "Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary," American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, October 2002.

Adebar, P.; Zhou, Z. Bearing strength of compressive struts confined by plain concrete. American Concrete Institute Structural Journal, V. 90, no 5, September-October, pp. 534-541, 1993.

Alfarah, B.; López-Almansa, F.; Oller, S. New methodology for calculating damage variables evolution in Plastic Damage Model for RC structures. Engineering Structures, v. 132, p. 70-86, 2017.

American Concrete Institute, ACI. Building code requirements for structural concrete, ACI-318, Farmington Hills, MI USA, 2014.

Araújo, E. R.; Regis, P. A; Figuerêda, J. P. Theoretical and Experimental Study of Pile Caps Retrofitting with strength reduced by AAR. Technical Report, Civil Engineering Department, Federal University of Pernambuco, 2007 (in Portuguese).

Behnam, H.; Kuang, J. S.; Samali, B. Parametric finite element analysis of RC wide beam-column connections. Computers & Structures, v. 205, p. 28-44, 2018.

Birtel, V.; Mark, P. Parameterised finite element modelling of RC beam shear failure. In: ABAQUS users' conference. 2006. p. 95-108.

Boddy, A. M.; Hooton, R. D.; Thomas, M. D. A. The effect of product form of silica fume on its ability to control alkali-silica reaction. Cement and Concrete Research, v. 30, n. 7, p. 1139-1150, 2000.

Brown, M. D.; Sankovich, C. L.; Bayrak, O.; Jirsa, J. O.; Breen, J. E.; Wood, S. L. Design for shear in reinforced concrete using strut-and-tie models. Report No. FHWA/TX-06/0-4371-2, University of Texas at Austin, 2006.

Burdet, O. Analysis and Design of Anchorage Zones in Post-Tensioned Concrete Bridges. Ph.D. Dissertation, The University of Texas at Austin, Austin, Texas, August 1990.

Carrazedo, R. Modelagem numérica da expansão do concreto devido à reação álcali-agregado. 2004. Tese de mestrado, Universidade Federal do Paraná.

Cavers, W.; Fenton, G. A. An evaluation of pile cap design methods in accordance with the Canadian design standard. *Can. J. Civil Eng.*, V. 31, No. 1, pp. 109-119, 2004.

Comite Euro-International du Beton, CEB-FIB. Model Code 2010. Thomas Telford, London, 2010.

Chatterji, S., Jensen, A. D. A simple chemical test method for the detection of alkali-silica reactivity of aggregates. *Cement and Concrete Research*, v. 18, n. 4, p. 654–656, 1988.

Fournier, B., Bérubé, M. A. Alkali-aggregate reaction in concrete: a review of basic concepts and engineering implications, 27(2): 167-191, 10.1139/I99-072, 2000.

Frantziskonis, G.; Desai, C. S. Constitutive model with strain softening. *International Journal of Solids and Structures*, v. 23, n. 6, p. 733-750, 1987.

Fusco, P. B. Técnica de armar as estruturas de concreto. Editora Pini. São Paulo, 1995.

Gameleira, Christiane Mylena Tavares de Menezes. Reduções das propriedades mecânicas do concreto devido à RAA na simulação de blocos sobre quatro estacas. 2019. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019. Acessado em: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/35678>>

Genikomsou, A. S.; Polak, M. A. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. *Engineering Structures*, v. 98, p. 38-48, 2015.

Glasser, D. and Kataoka, N. The Chemistry of Alkali-Aggregate Reaction. *Cement and Concrete Research*, v. 11, n. 1, p. 1-9, 1981(a).

Glasser, D. and Kataoka, N. The Chemistry of "Alkali-Aggregate Reactions. Proceeding 5th Int. Conference on alkali-aggregate reaction in concrete, Cape Town- South Africa, S252/23, 1981(b).

Gomes, E. A. O. Structural retrofitting works of pile caps foundations deteriorated by alkali aggregate reaction – Recife Experience. Master Thesis, Catholic University of Pernambuco, 2008 (in Portuguese).

Guyon, Y. Prestressed Concrete. Contractor's Record LTD, London, England, pp. 543, 1953.

Hafezolghorani, M. et. al. Simplified damage plasticity model for concrete. Structural Engineering International, v. 27, n. 1, p. 68-78, 2017.

Hibbit; Karlsson; Sorensen. ABAQUS/Standard User's Manual. Pawtucket, 12th Edition, 2012.

Hordijk, D. A. Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete; experiments, modelling and analyses. Heron, v. 37, n. 1, 1992.

Jankowiak, T.; Lodygowski, T. Identification of parameters of concrete damage plasticity constitutive model. Foundations of civil and environmental engineering, v. 6, n. 1, p. 53-69, 2005.

Krätzig, W. B.; Pölling, R. An elasto-plastic damage model for reinforced concrete with minimum number of material parameters. Computers & structures, v. 82, n. 15-16, p. 1201-1215, 2004.

Kupfer, H.; Hilsdorf, H. K.; Rusch, H. Behavior of concrete under biaxial stresses. In: Journal Proceedings. 1969. p. 656-666.

Laughery, L., Pujol, S. Compressive Strength of Unreinforced Struts. ACI Structural Journal, v. 112, n. 5, 2015.

Lee, J.; Fenves, G. L. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. Journal of Engineering Mechanics, vol. 124, no. 8, pp. 892–900, 1998.

Lindgård, J., Andiç-Çakır, Ö., Fernandes, I., Rønning, T. F., Thomas, M. D. A., Alkali-silica reactions (ASR): Literature review on parameters influencing laboratory performance testing. Cement and Concrete Research, v. 42, n. 2, p. 223-243, 2012.

Lublimer, J.; Oliver, J.; Oller, S.; Oñate, E. A Plastic-Damage Model for Concrete. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 25, pp. 299–329, 1989.

MATLAB M. The language of technical computing. The MathWorks, Inc, 2012. Disponible em: <http://www.mathworks.com>

Mielich, O., Reinhardt, H.W., Garrecht, H., Giebson, C., Seyfarth, K., Ludwig, H.M. Strength and deformation properties of concrete as evaluation criteria for ASR performance tests. *Beton- und Stahlbetonbau* 110: 554-563, 2015.

Nielson, M. P. Limit analysis and concrete plasticity. 2<sup>a</sup> ed. CRC Press, 1998.

Pleau, R., Berube, M.A., Pigeon, M., Fournier, B., Raphael, S. Mechanical behavior of concrete affected by ASR. In: Elsevier Applied Science (England) (Eds.), Proc. of the 8th ICAAR, Kyoto, Japan, 1989, pp. 721–726, 1989.

Reinhardt, H.W., Mielich, O. Mechanical properties of concretes with slowly reacting alkali sensitive aggregates. Conference Proceedings of the 14th ICAAR, Austin, TX, USA, 2012.

Sanchez, L. F. M. et al. Evaluation of the stiffness damage test (SDT) as a tool for assessing damage in concrete due to ASR: test loading and output responses for concretes incorporating fine or coarse reactive aggregates. *Cement and concrete research*, v. 56, p. 213-229, 2014.

Sanchez, L. F. M. et al. Overall assessment of Alkali-Aggregate Reaction (AAR) in concretes presenting different strengths and incorporating a wide range of reactive aggregate types and natures. *Cement and Concrete Research*, v. 93, p. 17-31, 2017.

Sanchez, L. F. M. et al. Comprehensive damage assessment in concrete affected by different internal swelling reaction (ISR) mechanisms. *Cement and Concrete Research*, v. 107, p. 284-303, 2018.

Sanders, D. Design and Behavior of Anchorage Zones in Post-Tensioned Structures. Ph.D. Dissertation, The University of Texas at Austin, Austin, Texas, August 1990.

Sankovich, C.L., 2003, “An Explanation of the Behavior of Bottle-Shaped Struts Using Stress Fields,” Master’s Thesis, University of Texas at Austin, 2003.

Schlaich, J., Schäfer, K., Jennewein, M. Towards a Consistent Design of Structural Concrete. *PCI Journal*, V. 32, No. 3, pp. 74-150, Chicago, Illinois, 1987.

Schlangen, E.; van Mier, J. G. M. Micromechanical analysis of fracture of concrete. *International Journal of Damage Mechanics*, v. 1, n. 4, p. 435-454, 1992.

Senthil, K.; Gupta, A.; Singh, S. P. Computation of stress-deformation of deep beam with openings using finite element method. *Adv. Concr. Constr*, v. 6, n. 3, p. 245-268, 2018.

Siao, W. B. Strut-and-tie model for shear behavior in deep beams and pile caps failing in diagonal splitting. *ACI Structural Journal*, V. 90, No. 4, July-August, pp. 356-363, 1993.

Silva, G. A. Retrofitting works of pile caps foundations affected by alkali aggregate reaction. Master Thesis, Catholic University of Pernambuco, 2007 (in Portuguese).

Sobrinho, C. W. A. P. Piles caps of buildings affected by AAR – Case Study, 54<sup>o</sup> Brazilian Concrete Congress, Maceió, Brazil, 2012 (in Portuguese).

Thompson, M. K. The Anchorage Behavior of Headed Reinforcement in CCT Nodes and Lap Splices. Doctoral Dissertation, University of Texas at Austin, 2002.

Thompson, M. K., Young, M. J., Jirsa, J. O., Breen, J. E., Klingner, R. E. Anchorage of headed Reinforcement in CCT Nodes. Center for Transportation Research Report 1855-2, University of Texas at Austin, 2003.

van Mier, J. G. M. Multiaxial strain-softening of concrete. *Materials and structures*, v. 19, n. 3, p. 190-200, 1986.

van Mier, J. G. M. et. al. Strain-softening of concrete in uniaxial compression. *Materials and Structures*, v. 30, n. 4, p. 195-209, 1997.

van Vliet, M. R. A.; van Mier, J. G. M. Experimental investigation of size effect in concrete and sandstone under uniaxial tension. *Engineering fracture mechanics*, v. 65, n. 2-3, p. 165-188, 2000.

Vonk, R. A. A micromechanical investigation of softening of concrete loaded in compression, *Heron*. 38 (3), 3-94, 1993.

Wight, J. K. Reinforced concrete – Mechanics and design, 7<sup>a</sup> Ed. Pearson, Hoboken, New Jersey, USA, 2016.

Wollman, G. Anchorage Zones in Post-Tensioned Concrete Structures. Ph.D. Dissertation, The University of Texas at Austin, Austin, Texas, May 1992.

Zhou, Y., Dai, G. Parameter study of a new strut-and-tie model for a thick cap with six piles. ASCE, International Journal of Geomechanics, V. 16, No. 1, 2016.

# APÊNDICE A: ROTINA DO CDP NO MATLAB

```
%%% ABERTURA %%%  
fprintf('Seja Bem-vindo \n');  
fprintf('Matlab \n');  
fprintf('Programação dos Parâmetros de Dano do Concreto para o Concrete Damaged Plasticity Model  
(CDP) \n');  
fprintf('Baseado em: Behnam et al. (2018), Alfarah et al. (2017), Genikomsou e Polak (2015), FIB (2010),  
Birtel e Mark (2006), Krätzig e Pölling (2004), Hordijk (1992)\n\n');  
  
%%% PLASTICIDADE %%%  
  
fprintf('    -PARAMETROS DE PLASTICIDADE- \n\n');  
Phi=input('Entre com o Angulo de Dilatação em graus: ');  
Varepsilon=input('Entre com o valor da Excentricidade da superficie plástica (e): ');  
fb0_fc0=input('Entre com a relação entre a resistencia a compressão do concreto biaxial e uniaxial  
(fb0/fc0): ');  
Kc=input('Entre com a razão entre a tensão desviadora em compressão e tração uniaxial (Kc): ');  
Viscosidade=input('Entre com a Viscosidade (u): ');  
  
%%% ENTRADA DE DADOS %%%  
  
fprintf('\n\n    -PARAMETROS DE DANO- \n\n');  
fck=input('Entre com o valor do fck do concreto em MPa: ');  
leq=input('Entre com o comprimento equivalente da malha de MEF em mm: ');  
b=input('Entre com a relação entre a deformação plastica de compressão e deformação de  
esmagamento: ');  
  
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%  
  
fcm=fck+8; % Resistencia à Compressão Máxima  
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear  
ftm=0.3016*fck^(2/3); % Resistencia à Tração Máxima  
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear  
Eci=10000*((fcm)^(1/3)); % Módulo de Elasticidade Tangente  
E0=round((10000*((fcm)^(1/3)))*(0.8+(0.2*(fcm/88))),2); % Módulo de Elasticidade Não Danificado  
Gf=(0.073*(fcm^0.18)); % Energia de Fratura
```

Gch=((fcm/ftm)^2)\*Gf; % Energia de Esmagamento  
gt=round(Gf/leq,3); % Energia dissipada pelo dano na tração por unidade de volume  
gc=round(Gch/leq,3); % Energia dissipada pelo dano na compressão por unidade de volume  
wc=5.14\*(Gf/ftm); % Abertura Crítica de Fissura (Behnam et al. (2018))

%%% INTERATIVIDADE NA COMPRESSÃO %%%

ecel=fcm/E0; % Deformação elástica não danificada máxima na Compressão  
ecm=(2\*fcm)/E0; % Deformação total referente a Tensão de Pico  
yc=((pi^2)\*fcm\*ecm)/(2\*(((Gch/leq)-(0.5\*fcm)\*((ecm\*(1-b))+b\*(fcm/E0))))^2)); % Eq. 28 de Alfarah et al. (2017)  
gc2=((ecm-ecel)\*fcm)/1.2; % Krätzig e Pölling (2004)  
gc3=gc-gc2; % Krätzig e Pölling (2004)  
ecu=((yc\*ecm)+2\*ecm\*(tan(gc3\*sqrt(yc/(2\*fcm\*ecm))))\*(sqrt(yc/(2\*fcm\*ecm))))/yc; % Alfarah et al. (2017)  
ec=linspace(ecel,ecu,300); % Deformação total de compressão  
sigmac=zeros(length(ec),1)'; % Tensão de compressão  
ech=zeros(length(ec),1)'; % Deformação inelastica de compressão  
ecpl=zeros(length(ec),1)'; % Deformação plástica de compressão  
dc=zeros(length(ec),1)'; % Dano de compressão  
b1=zeros(length(ec),1)'; % Razão deformação plástica de compressão e deformação inelastica de compressão  
ac=((2\*(fcm/fc0))-1)+(2\*sqrt(((fcm/fc0)^2)-(fcm/fc0))); % Eq. 24 de Alfarah et al. (2017)  
bc=((1.97\*(fck+8))/Gch)\*leq; % Eq. 18 de Alfarah et. al (2017)  
  
for i=1:length(ec)  
if (ec(i)>=ecel) && (ec(i)<=ecm)  
sigmac(i)=round((((Eci\*(ec(i)/fcm)-((ec(i)/ecm)^2)))/(1+((Eci\*(ecm/fcm))-2)\*(ec(i)/ecm))))\*fcm,3); % Tensão de compressão, fase 2  
ech(i)=ec(i)-(sigmac(i)/E0);  
dc(i)=round(1-((1/(2+ac))\*(((2\*(1+ac))\*exp(-bc\*ech(i)))-(ac\*exp((-2\*bc)\*ech(i))))),3); % Eq. 19 de Alfarah et. al (2017)  
elseif ec(i)>=ecm  
sigmac(i)=round((((2+(yc\*fcm\*ecm))/(2\*fcm))-(ec(i)\*yc)+((ec(i)^2)\*(yc/(2\*ecm))))^-1,3); % Tensão de compressão, fase 3  
ech(i)=ec(i)-(sigmac(i)/E0);  
dc(i)=round(1-((1/(2+ac))\*(((2\*(1+ac))\*exp(-bc\*ech(i)))-(ac\*exp((-2\*bc)\*ech(i))))),3); % Eq. 19 de Alfarah et. al (2017)



```

end
if dc(i)<=0.994 % Valor estimado para garantir deformações plasticas sempre positivas
    ecpl(i)=ech(i)-((sigmac(i)/E0)*(dc(i)/(1-dc(i))));
else
    dc(i)=0.994; % Valor estimado para garantir deformações plasticas sempre positivas
    ecpl(i)=ech(i)-((sigmac(i)/E0)*(dc(i)/(1-dc(i))));
end
b1(i)=ecpl(i)/ech(i);
end

b1_mean=mean(b1,'omitnan');

while abs(b1_mean-b)>=0.00001
    b=b1_mean;
    yc=((pi^2)*fcm*ecm)/(2*(((Gch/leq)-(0.5*fcm)*((ecm*(1-b))+b*(fcm/E0))))^2)); % Eq. 28 de Alfarah et
al. (2017)
    ecu=((yc*ecm)+2*ecm*(tan(gc3*sqrt(yc/(2*fcm*ecm))))*(sqrt(yc/(2*fcm*ecm))))/yc; % Alfarah et al.
(2017)
    ec=linspace(ecel,ecu,100); % Deformação total de compressão
    sigmac=zeros(length(ec),1)'; % Tensão de compressão
    ech=zeros(length(ec),1)'; % Deformação inelastica de compressão
    ecpl=zeros(length(ec),1)'; % Deformação plástica de compressão
    dc=zeros(length(ec),1)'; % Dano de compressão
    b1=zeros(length(ec),1)'; % Razão deformação plástica de compressão e deformação inelastica de
compressão
for i=1:length(ec)
    if (ec(i)>=ecel) && (ec(i)<=ecm)
        sigmac(i)=round((((Eci*(ec(i)/fcm)-((ec(i)/ecm)^2)))/(1+((Eci*(ecm/fcm))-
2)*(ec(i)/ecm))))*fcm,3); % Tensão de compressão, fase 2
        ech(i)=ec(i)-(sigmac(i)/E0);
        dc(i)=round(1-(((1/(2+ac))*((2*(1+ac))*exp(-bc*ech(i)))-(ac*exp((-2*bc)*ech(i))))),3); % Eq. 19 de
Alfarah et. al (2017)
    elseif ec(i)>=ecm
        sigmac(i)=round((((2+(yc*fcm*ecm))/(2*fcm))-(ec(i)*yc)+((ec(i)^2)*(yc/(2*ecm))))^-1,3); % Tensão
de compressão, fase 3
        ech(i)=ec(i)-(sigmac(i)/E0);
        dc(i)=round(1-(((1/(2+ac))*((2*(1+ac))*exp(-bc*ech(i)))-(ac*exp((-2*bc)*ech(i))))),3); % Eq. 19 de
Alfarah et. al (2017)

```

```

end
if dc(i)<=0.994 % Valor estimado para garantir deformações plasticas sempre positivas
    ecpl(i)=ech(i)-((sigmac(i)/E0)*(dc(i)/(1-dc(i))));
else
    dc(i)=0.994; % Valor estimado para garantir deformações plasticas sempre positivas
    ecpl(i)=ech(i)-((sigmac(i)/E0)*(dc(i)/(1-dc(i))));
end
b1(i)=ecpl(i)/ech(i);
end
b1_mean=mean(b1,'omitnan');
end

%%% BLOCO 1 - COMPRESSÃO %%%

b=b1_mean;
yc=((pi^2)*fcm*ecm)/(2*(((Gch/leq)-(0.5*fcm)*((ecm*(1-b))+(b*(fcm/E0))))^2)); % Eq. 28 de Alfarah et al.
(2017)
ecu=((yc*ecm)+2*ecm*(tan(gc3*sqrt(yc/(2*fcm*ecm))))*(sqrt(yc/(2*fcm*ecm))))/yc; % Alfarah et al.
(2017)
ec1=linspace(0,ecu,300); % Deformação total de compressão
sigmac1=zeros(length(ec1),1); % Tensão de compressão
for l=1:length(ec1)
    if ec1(l)<=ecel
        sigmac1(l)=round(ec1(l)*E0,2);
    elseif ec1(l)>ecel && ec1(l)<=ecm
        sigmac1(l)=round((((Eci*(ec1(l)/fcm)-((ec1(l)/ecm)^2)))/(1+(((Eci*(ecm/fcm))-
2)*(ec1(l)/ecm))))*fcm,2);
    else
        sigmac1(l)=round((((2+(yc*fcm*ecm))/(2*fcm))-ec1(l)*yc+((ec1(l)^2)*(yc/(2*ecm))))^-1,2);
    end
end

%%% BLOCO 2 - COMPRESSÃO %%%

ec2=linspace(ecm,ecu,50); % Deformação total de compressão do trecho não-linear
sigmac2=zeros(length(ec2),1); % Tensão de compressão do trecho não-linear
ech2=zeros(length(ec2),1); % Deformação inelastica de compressão
ecpl2=zeros(length(ec2),1); % Deformação plástica de compressão

```

```

dc2=zeros(length(ec2),1)'; % Dano de compressão
b2=zeros(length(ec2),1)'; % Razão deformação plástica de compressão e deformação inelastica de
compressão
for k=1:length(ec2)
    if ec2(k)==ecm
        sigmac2(k)=(((2+(yc*fc*ecm))/(2*fc))-ec2(k)*yc)+((ec2(k)^2)*(yc/(2*ecm))))^-1;
        ech2(k)=0;
        dc2(k)=0;
        ecpl2(k)=0;
    else
        sigmac2(k)=(((2+(yc*fc*ecm))/(2*fc))-ec2(k)*yc)+((ec2(k)^2)*(yc/(2*ecm))))^-1;
        ech2(k)=ec2(k)-(sigmac2(k)/E0);
        dc2(k)=1-((1/(2+ac))*((2*(1+ac))*exp(-bc*ech2(k)))-(ac*exp((-2*bc)*ech2(k)))); % Eq. 19 de
Alfarah et. al (2017)
        ecpl2(k)=ech2(k)-((sigmac2(k)/E0)*(dc2(k)/(1-dc2(k))));
        b2(k)=ecpl2(k)/ech2(k);
    end
end
end

```

%%% BLOCO 1 - TRAÇÃO %%%

```

etm=ftm/E0; % Deformação referente a tensão máxima
etu=etm+(wc/leq); % Deformação limite do amolecimento (Genikomsou e Polak (2015))
et1=linspace(0,etu,100); % Deformação de Tração
sigmat1=zeros(length(et1),1)'; % Tensão de Tração
at=((2*(ftm/ftm))-1)+(2*sqrt(((ftm/ftm)^2)-(ftm/ftm))); % Eq. 25 de Alfarah et. al (2017)
bt=((0.453*(fck^(2/3)))/Gf)*leq; % Eq. 18 de Alfarah et. al (2017)
for l=1:length(et1) % Loop para a elaboração das curvas tensãodeformação e danoxdeformação
    if et1(l)<=etm % Trecho Linear
        sigmat1(l)=et1(l)*E0; % Alfarah et al. (2017)
    else % Trecho Não-Linear
        sigmat1(l)=(((1+(3*((et1(l)-etm)/(etu-etm)))^3)*(exp(-6.93*((et1(l)-etm)/(etu-etm)))))-(((et1(l)-
etm)/(etu-etm))*(1+(3^3))*(exp(-6.93)))))*ftm; % Adaptada de Hordijk (1992)
    end
end
end

```

%%% BLOCO 2 - TRAÇÃO %%%

```

et2=linspace(etm,etu,50); % Deformação de Tração
sigmat2=zeros(length(et2),1); % Tensão de Tração
etck=zeros(length(et2),1); % Deformação Inelastica de Tração
etpl=zeros(length(et2),1); % Deformação Plástica de Tração
dt=zeros(length(et2),1); % Dano de Tração
b3=zeros(length(et2),1);
for o=1:length(et2) % Loop para a elaboração das curvas tensãoxdeformação e danoxdeformação
    sigmat2(o)=((((1+(3*((et2(o)-etm)/(etu-etm)))^3)*(exp(-6.93*((et2(o)-etm)/(etu-etm)))))-((et2(o)-
etm)/(etu-etm))*(1+(3^3))*(exp(-6.93)))))*ftm; % Adaptada de Hordijk (1992)
    etck(o)=et2(o)-(sigmat2(o)/E0); % Adaptada de Birtel e Mark (2006) e Alfarah et al. (2017)
    dt(o)=1-((1/(2+at))*(((2*(1+at))*exp(-bt*etck(o)))-(at*exp((-2*bt)*etck(o))));
    etpl(o)=etck(o)-((sigmat2(o)/E0)*(dt(o)/(1-dt(o))));
    b3(o)=etpl(o)/etck(o);
end

%%% Gráficos %%%

figure(1); % Gráficos de tensãoxdeformação na Compressão e Tração
subplot(2,1,1)
plot(ec1,sigmac1,'linewidth',2)
xlabel('Deformação de Compressão','FontSize',14)
ylabel('Tensão de Compressão [MPa]','FontSize',14)
title('Gráfico Tensão x Deformação de Compressão do Concreto','FontSize',16)

subplot(2,1,2)
plot(et1,sigmat1,'linewidth',2)
xlabel('Deformação de Tração','FontSize',14)
ylabel('Tensão de Tração[MPa]','FontSize',14)
title('Gráfico Tensão x Deformação de Tração do Concreto','FontSize',16)

figure(2);
subplot(2,1,1)
plot(ech2,sigmac2,'linewidth',2)
xlabel('Deformação Inelastica de Compressão','FontSize',14)
ylabel('Tensão de Compressão [MPa]','FontSize',14)
title('Gráfico Tensão x Deformação Inelastica de Compressão do Concreto','FontSize',16)

subplot(2,1,2)

```

```

plot(etck,sigmat2,'linewidth',2)
xlabel('Deformação Inelastica de Tração','FontSize',14)
ylabel('Tensão de Tração[MPa]','FontSize',14)
title('Gráfico Tensão x Deformação Inelastica de Tração do Concreto','FontSize',16)

figure(3);
subplot(2,1,1)
plot(ech2,dc2,'linewidth',2)
xlabel('Deformação Inelastica de Compressão','FontSize',14)
ylabel('Dano em Compressão','FontSize',14)
title('Gráfico Dano x Deformação Inelastica de Compressão do Concreto','FontSize',16)
axis([0 ecu 0 1.1])

subplot(2,1,2)
plot(etck,dt,'linewidth',2)
xlabel('Deformação Inelastica de Tração','FontSize',14)
ylabel('Dano em Tração','FontSize',14)
title('Gráfico Dano x Deformação Inelastica de Tração do Concreto','FontSize',16)
axis([0 etu 0 1.1])

figure(4);
subplot(2,1,1)
plot(ech2,b2,'linewidth',2)
xlabel('Deformação Inelastica de Compressão','FontSize',14)
ylabel('Dano em Compressão','FontSize',14)
title('Gráfico Dano x Deformação Inelastica de Compressão do Concreto','FontSize',16)
axis([0 ecu 0 1])

subplot(2,1,2)
plot(etck,b3,'linewidth',2)
xlabel('Deformação Inelastica de Compressão','FontSize',14)
ylabel('Dano em Compressão','FontSize',14)
title('Gráfico Dano x Deformação Inelastica de Compressão do Concreto','FontSize',16)
axis([0 etu 0 1])

%%% RESULTADOS %%%

fprintf('\n\nResultados para Compressão Dois cliques em RC no Workspace. \n\n');

```

```
fprintf('Resultados para Tração Dois cliques em RT_Fissura e/ou RT_Deformação no Workspace. \n\n');  
fprintf('Resultados em Gráficos nas Janelas que foram Aberta. \n\n');  
fprintf('Fim da Programação! \n\n');  
RC=[sigmac2' ech2' dc2' ech2' ecpl2']; % Resposta na Compressão  
RT=[sigmat2' etck' dt' etck' etpl']; % Resposta na Tração  
  
%%%FIM%%%
```

# APÊNDICE B: ROTINA DO RAA NO MATLAB

```
%%% ABERTURA %%%  
fprintf('Seja Bem-vindo \n');  
fprintf('Matlab \n');  
fprintf('Programação dos Parâmetros de Dano do Concreto para o Concrete Damaged Plasticity Model  
(CDP) com Redução das Propriedades Mecânicas do Concreto por Reações Internas de Expansão  
(RIE) \n');  
fprintf('Baseado em: Behnam et al. (2018), Sanchez et al. (2018 e 2017), Alfarah et al. (2017),  
Genikomsou e Polak (2015), FIB (2010), Birtel e Mark (2006), Krätzig e Pölling (2004), Hordijk  
(1992)\n\n');  
  
%%% PLASTICIDADE %%%  
  
fprintf('    -PARAMETROS DE PLASTICIDADE- \n\n');  
Phi=input('Entre com o Angulo de Dilatação em graus: ');  
Varepsilon=input('Entre com o valor da Excentricidade da superficie plástica (e): ');  
fb0_fc0=input('Entre com a relação entre a resistencia a compressão do concreto biaxial e uniaxial  
(fb0/fc0): ');  
Kc=input('Entre com a razão entre a tensão desviadora em compressão e tração uniaxial (Kc): ');  
% Viscosidade=input('Entre com a Viscosidade (u): ');  
  
%%% ENTRADA DE DADOS %%%  
  
fprintf('\n\n    -PARAMETROS DE DANO- \n\n');  
% fck=input('Entre com o valor do fck do concreto em MPa: ');  
% leq=input('Entre com o comprimento equivalente da malha de MEF em mm: ');  
% b=input('Entre com a relação entre a deformação plastica de compressão e deformação de  
esmagamento: ');  
fck=28.96;  
leq=50.8;  
b=0.9;  
%%% REDUÇÃO DAS PROPRIEDADES MECANICAS %%%  
RIE=input('Entre com o valor referente a Reação Interna de Expansão que deseja utiliza. \n\n (1)  
RIE_01 \n\n (2) RIE_02 \n\n (3) RIE_03 \n\n (4) RIE_04 \n\n RIE: ');  
if RIE==1
```

NIVEL=input('\n\n Entre com o valor referente ao Nivel de Expansão que deseja utiliza. \n\n (1) 0.04 \n\n (2) 0.11 \n\n (3) 0.20 \n\n (4) 0.30 \n\n RIE: ');

INTENSIDADE=input('\n\n Entre com o valor referente a Intensidade das Reduções que deseja utiliza. \n\n (1) BAIXA \n\n (2) MÉDIA \n\n (3) ALTA \n\n INTENSIDADE: ');

if NIVEL==1

if INTENSIDADE==1

%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%

fcm=fck+8; % Resistencia à Compressão Máxima

fc0=0.4\*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear

ftm=(0.3016\*fck^(2/3))\*0.85; % Resistencia à Tração Máxima

ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear

E0=(round((10000\*((fck+8)^(1/3)))\*(0.8+(0.2\*((fck+8)/88))),2))\*0.9; % Módulo de Elasticidade Não Danificado

elseif INTENSIDADE==2

%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%

fcm=(fck+8)\*0.95; % Resistencia à Compressão Máxima

fc0=0.4\*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear

ftm=(0.3016\*fck^(2/3))\*0.62; % Resistencia à Tração Máxima

ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear

E0=(round((10000\*((fck+8)^(1/3)))\*(0.8+(0.2\*((fck+8)/88))),2))\*0.8; % Módulo de Elasticidade Não Danificado

else

%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%

fcm=(fck+8)\*0.9; % Resistencia à Compressão Máxima

fc0=0.4\*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear

ftm=(0.3016\*fck^(2/3))\*0.4; % Resistencia à Tração Máxima

ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear

E0=(round((10000\*((fck+8)^(1/3)))\*(0.8+(0.2\*((fck+8)/88))),2))\*0.7; % Módulo de Elasticidade Não Danificado

end

elseif NIVEL==2

if INTENSIDADE==1

%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%

fcm=(fck+8)\*0.95; % Resistencia à Compressão Máxima

fc0=0.4\*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear

ftm=(0.3016\*fck^(2/3))\*0.7; % Resistencia à Tração Máxima

ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear



```

E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.8; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==2
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.9; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.52; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.67; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
else
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.85; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.35; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.55; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
end
elseif NIVEL==3
if INTENSIDADE==1
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.9; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.55; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.7; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==2
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.82; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.42; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.55; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
else
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%

```

```

fcm=(fck+8)*0.75; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.2; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.4; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
end
else
if INTENSIDADE==1
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.82; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.5; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.6; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==2
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.73; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.37; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.47; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
else
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.65; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.25; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.35; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
end
end
elseif RIE==2
NIVEL=input('Entre com o valor referente ao Nivel de Expansão que deseja utiliza. \n\n (1) 0.04 \n\n
(2) 0.11 \n\n (3) 0.20 \n\n (4) 0.30 \n\n RIE: ');

```

```

INTENSIDADE=input('Entre com o valor referente a Intensidade das Reduções que deseja utiliza.
\n\n (1) BAIXA \n\n (2) MÉDIA \n\n (3) ALTA \n\n INTENSIDADE: ');
if NIVEL==1
    if INTENSIDADE==1
        %%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
        fcm=fck+8; % Resistencia à Compressão Máxima
        fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
        ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.7; % Resistencia à Tração Máxima
        ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
        E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.95; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
    elseif INTENSIDADE==2
        %%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
        fcm=(fck+8)*0.92; % Resistencia à Compressão Máxima
        fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
        ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.55; % Resistencia à Tração Máxima
        ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
        E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.79; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
    else
        %%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
        fcm=(fck+8)*0.85; % Resistencia à Compressão Máxima
        fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
        ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.4; % Resistencia à Tração Máxima
        ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
        E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.63; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
    end
elseif NIVEL==2
    if INTENSIDADE==1
        %%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
        fcm=(fck+8); % Resistencia à Compressão Máxima
        fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
        ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.6; % Resistencia à Tração Máxima
        ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
        E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.8; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
    elseif INTENSIDADE==2

```

```

%% EQUAÇÕES INICIAIS %%
fcm=(fck+8)*0.9; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.47; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.65; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
else
%% EQUAÇÕES INICIAIS %%
fcm=(fck+8)*0.8; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.35; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.5; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
end
elseif NIVEL==3
if INTENSIDADE==1
%% EQUAÇÕES INICIAIS %%
fcm=(fck+8)*0.87; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.55; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.65; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==2
%% EQUAÇÕES INICIAIS %%
fcm=(fck+8)*0.81; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.37; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.52; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
else
%% EQUAÇÕES INICIAIS %%
fcm=(fck+8)*0.75; % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.2; % Resistencia à Tração Máxima

```

```

ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.4; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
end
else
if INTENSIDADE==1
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.75; % Reistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.4; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.6; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==2
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.75; % Reistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.3; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.46; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
else
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.75; % Reistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.2; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.33; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
end
end
elseif RIE==3
NIVEL=input('Entre com o valor referente ao Nivel de Expansão que deseja utiliza. \n\n (1) 0.05 \n\n
(2) 0.10 \n\n (3) 0.15 \n\n RIE: ');
if NIVEL==1
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.98; % Reistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear

```

```

ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.75; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.82; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif NIVEL==2
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.88; % Reistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.60; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.71; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
else
%%% EQUAÇÕES INICIAIS %%%
fcm=(fck+8)*0.85; % Reistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*fck^(2/3))*0.52; % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.62; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
end
else
NIVEL=input('Entre com o valor referente ao Nivel de Expansão que deseja utiliza. \n\n (1) 0.11 \n\n
(2) 0.30-0.50 \n\n (3) 0.50-1.00 \n\n (4) > 1.00 \n\n NIVEL: ');
INTENSIDADE=input('Entre com o valor referente a Intensidade das Reduções que deseja utiliza.
\n\n (1) BAIXA \n\n (2) MÉDIA \n\n (3) ALTA \n\n INTENSIDADE: ');
if NIVEL==1
if INTENSIDADE==1
nfck=fck*0.91;
fcm=(nfck+8); % Reistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfck^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.65; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==2
nfck=fck*0.79;
fcm=(nfck+8); % Reistencia à Compressão Máxima

```

```

fc0=0.4*fcM;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfcM^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.55; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==3
nfck=fck*0.66;
fcM=(nfck+8); % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcM;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfcM^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.44; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
end
elseif NIVEL==2
if INTENSIDADE==1
nfck=fck*0.71;
fcM=(nfck+8); % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcM;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfcM^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.45; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==2
nfck=fck*0.64;
fcM=(nfck+8); % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcM;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfcM^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.42; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==3
nfck=fck*0.57;
fcM=(nfck+8); % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcM;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfcM^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear

```

```

E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.38; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
end
elseif NIVEL==3
if INTENSIDADE==1
nfck=fck*0.60;
fcm=(nfck+8); % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfck^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.44; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==2
nfck=fck*0.57;
fcm=(nfck+8); % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfck^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.34; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==3
nfck=fck*0.53;
fcm=(nfck+8); % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfck^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.23; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
end
elseif NIVEL==4
if INTENSIDADE==1
nfck=fck*0.60;
fcm=(nfck+8); % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfck^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2))*0.40; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado

```



```

elseif INTENSIDADE==2
nfck=fck*0.55;
fcm=(nfck+8); % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfck^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2)*0.27; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
elseif INTENSIDADE==3
nfck=fck*0.5;
fcm=(nfck+8); % Resistencia à Compressão Máxima
fc0=0.4*fcm;% Resistencia à Compressão do Limite Linear
ftm=(0.3016*nfck^(2/3)); % Resistencia à Tração Máxima
ft0=ftm; % Resistencia à Tração do Limite Linear
E0=(round((10000*((fck+8)^(1/3)))*(0.8+(0.2*((fck+8)/88))),2)*0.14; % Módulo de Elasticidade Não
Danificado
end
end
end

```

%%% EQUAÇÕES SECUNDARIAS %%%

```

Eci=10000*((fcm)^(1/3)); % Módulo de Elasticidade Tangente
Gf=(0.073*(fcm^0.18)); % Energia de Fratura
Gch=((fcm/ftm)^2)*Gf; % Energia de Esmagamento
gt=round(Gf/leq,3); % Energia dissipada pelo dano na tração por unidade de volume
gc=round(Gch/leq,3); % Energia dissipada pelo dano na compressão por unidade de volume
wc=5.14*(Gf/ftm); % Abertura Crítica de Fissura (Behnam et al. (2018))

```

%%% INTERATIVIDADE NA COMPRESSÃO %%%

```

ecel=fc0/E0; % Deformação elástica não danificada máxima na Compressão
ecm=(2*fcm)/E0; % Deformação total referente a Tensão de Pico
yc=((pi^2)*fcm*ecm)/(2*(((Gch/leq)-(0.5*fcm)*((ecm*(1-b))+(b*(fcm/E0))))^2)); %
gc2=((ecm-ecel)*fcm)/1.2;
gc3=gc-gc2;
ecu=((yc*ecm)+2*ecm*(tan(gc3*sqrt(yc/(2*fcm*ecm))))*(sqrt(yc/(2*fcm*ecm))))/yc;
ec=linspace(ecel,ecu,100);

```

```

sigmac=zeros(length(ec),1)';
ech=zeros(length(ec),1)';
ecpl=zeros(length(ec),1)';
dc=zeros(length(ec),1)';
b1=zeros(length(ec),1)';
ac=((2*(fcm/fc0))-1)+(2*sqrt(((fcm/fc0)^2)-(fcm/fc0))); % Eq. 24 de Alfarah et. al (2017)
bc=((1.97*(fck+8))/Gch)*leq; % Eq. 18 de Alfarah et. al (2017)

for i=1:length(ec)
    if (ec(i)>=ecel) && (ec(i)<=ecm)
        sigmac(i)=round((((Eci*(ec(i)/fcm)-((ec(i)/ecm)^2)))/(1+((Eci*(ecm/fcm))-
2)*((ec(i)/ecm))))*fcm,3);
        ech(i)=ec(i)-(sigmac(i)/E0);
        dc(i)=round(1-((1/(2+ac))*((2*(1+ac))*exp(-bc*ech(i)))-(ac*exp((-2*bc)*ech(i))))),3); % Eq. 19 de
Alfarah et. al (2017)
    elseif ec(i)>=ecm
        sigmac(i)=round((((2+(yc*fcm*ecm))/(2*fcm))-(ec(i)*yc)+((ec(i)^2)*(yc/(2*ecm))))^(-1),3);
        ech(i)=ec(i)-(sigmac(i)/E0);
        dc(i)=round(1-((1/(2+ac))*((2*(1+ac))*exp(-bc*ech(i)))-(ac*exp((-2*bc)*ech(i))))),3); % Eq. 19 de
Alfarah et. al (2017)
    end
    if dc(i)<=0.994 % Valor estimado para garantir deformações plasticas sempre positivas
        ecpl(i)=ech(i)-((sigmac(i)/E0)*(dc(i)/(1-dc(i))));
    else
        dc(i)=0.994; % Valor estimado para garantir deformações plasticas sempre positivas
        ecpl(i)=ech(i)-((sigmac(i)/E0)*(dc(i)/(1-dc(i))));
    end
    b1(i)=ecpl(i)/ech(i);
end

b1_mean=mean(b1,'omitnan');

while abs(b1_mean-b)>=0.0001
    b=b1_mean;
    yc=((pi^2)*fcm*ecm)/(2*(((Gch/leq)-(0.5*fcm)*((ecm*(1-b))+b*(fcm/E0))))^2);
    ecu=((yc*ecm)+2*ecm*(tan(gc3*sqrt(yc/(2*fcm*ecm))))*(sqrt(yc/(2*fcm*ecm))))/yc;
    ec=linspace(ecel,ecu,100);
    sigmac=zeros(length(ec),1)';

```

```

ech=zeros(length(ec),1)';
ecpl=zeros(length(ec),1)';
dc=zeros(length(ec),1)';
b1=zeros(length(ec),1)';
for i=1:length(ec)
    if (ec(i)>=ecel) && (ec(i)<=ecm)
        sigmac(i)=round((((Eci*(ec(i)/fcm)-((ec(i)/ecm)^2)))/(1+(((Eci*(ecm/fcm))-
2)*(ec(i)/ecm))))*fcm,3);
        ech(i)=ec(i)-(sigmac(i)/E0);
        dc(i)=round(1-((1/(2+ac))*((2*(1+ac))*exp(-bc*ech(i)))-(ac*exp((-2*bc)*ech(i))))),3); % Eq. 19 de
Alfarah et. al (2017)
    elseif ec(i)>=ecm
        sigmac(i)=round((((2+(yc*fcm*ecm))/(2*fcm))-(ec(i)*yc)+((ec(i)^2)*(yc/(2*ecm))))^-1,3);
        ech(i)=ec(i)-(sigmac(i)/E0);
        dc(i)=round(1-((1/(2+ac))*((2*(1+ac))*exp(-bc*ech(i)))-(ac*exp((-2*bc)*ech(i))))),3); % Eq. 19 de
Alfarah et. al (2017)
    end
    if dc(i)<=0.994 % Valor estimado para garantir deformações plasticas sempre positivas
        ecpl(i)=ech(i)-((sigmac(i)/E0)*(dc(i)/(1-dc(i))));
    else
        dc(i)=0.994; % Valor estimado para garantir deformações plasticas sempre positivas
        ecpl(i)=ech(i)-((sigmac(i)/E0)*(dc(i)/(1-dc(i))));
    end
    b1(i)=ecpl(i)/ech(i);
end
b1_mean=mean(b1,'omitnan');
end

```

%% BLOCO 1 - COMPRESSÃO %%

```

ec2=linspace(ecm,ecu,50);
sigmac2=zeros(length(ec2),1)';
ech2=zeros(length(ec2),1)';
ecpl2=zeros(length(ec2),1)';
dc2=zeros(length(ec2),1)';
b2=zeros(length(ec2),1)';
for k=1:length(ec2)
    if ec2(k)==ecm

```

```

    sigmac2(k)=(((2+(yc*fc*ecm))/(2*fc))-ec2(k)*yc)+((ec2(k)^2)*(yc/(2*ecm))))^(-1);
    ech2(k)=0;
    dc2(k)=0;
    ecpl2(k)=0;
else
    sigmac2(k)=(((2+(yc*fc*ecm))/(2*fc))-ec2(k)*yc)+((ec2(k)^2)*(yc/(2*ecm))))^(-1);
    ech2(k)=ec2(k)-(sigmac2(k)/E0);
    dc2(k)=1-((1/(2+ac))*(((2*(1+ac))*exp(-bc*ech2(k)))-(ac*exp((-2*bc)*ech2(k))))); % Eq. 19 de
Alfarah et. al (2017)
    ecpl2(k)=ech2(k)-((sigmac2(k)/E0)*(dc2(k)/(1-dc2(k))));
    b2(k)=ecpl2(k)/ech2(k);
end
end

%%% BLOCO 1 - TRAÇÃO %%%

etm=ftm/E0; % Deformação referente a tensão máxima
etu=etm+(wc/leq); % Deformação limite do amolecimento (Genikomsou e Polak (2015))
et1=linspace(0,etu,100); % Deformação de Tração
sigmat1=zeros(length(et1),1); % Tensão de Tração
at=((2*(ftm/ftm))-1)+(2*sqrt(((ftm/ftm)^2)-(ftm/ftm))); % Eq. 25 de Alfarah et. al (2017)
bt=((0.453*(fck^(2/3)))/Gf)*leq; % Eq. 18 de Alfarah et. al (2017)
et2=linspace(etm,etu,50); % Deformação de Tração
sigmat2=zeros(length(et2),1); % Tensão de Tração
etck=zeros(length(et2),1); % Deformação Inelastica de Tração
etpl=zeros(length(et2),1); % Deformação Plástica de Tração
dt=zeros(length(et2),1); % Dano de Tração
b3=zeros(length(et2),1);
for o=1:length(et2) % Loop para a elaboração das curvas tensãoxdeformação e danoxdeformação
    sigmat2(o)=(((1+(3*((et2(o)-etm)/(etu-etm)))^3)*(exp(-6.93*((et2(o)-etm)/(etu-etm))))))-(((et2(o)-
etm)/(etu-etm))*(1+(3^3))*(exp(-6.93))))*ftm; % Adaptada de Hordijk (1992)
    etck(o)=et2(o)-(sigmat2(o)/E0); % Adaptada de Birtel e Mark (2006) e Alfarah et al. (2017)
    dt(o)=1-((1/(2+at))*(((2*(1+at))*exp(-bt*etck(o)))-(at*exp((-2*bt)*etck(o)))));
    etpl(o)=etck(o)-((sigmat2(o)/E0)*(dt(o)/(1-dt(o))));
    b3(o)=etpl(o)/etck(o);
end

%%% RESULTADOS %%%

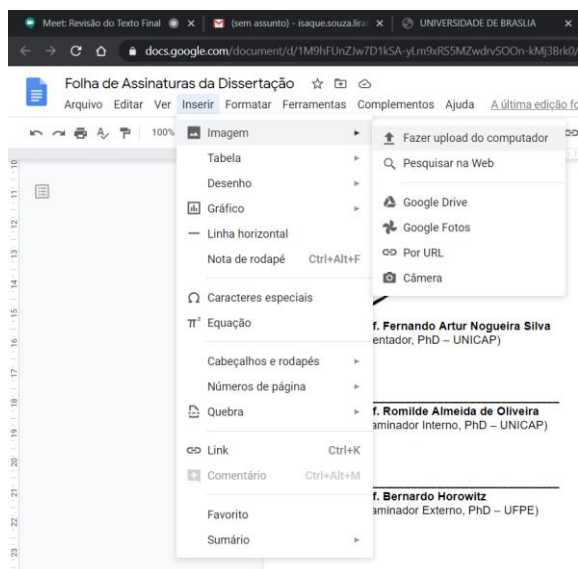
```

```
fprintf('\n\nResultados para Compressão Dois cliques em RC no Workspace. \n\n');
fprintf('Resultados para Tração Dois cliques em RT_Fissura e/ou RT_Deformação no Workspace. \n\n');
fprintf('Resultados em Gráficos nas Janelas que foram Aberta. \n\n');
fprintf('Fim da Programação! \n\n');
RC=[sigmac2' ech2' dc2' ech2' ecpl2']; % Resposta na Compressão
RT=[sigmat2' etck' dt' etck' etpl']; % Resposta na Tração

%%%FIM%%%
```

## Passos para Inserir Assinaturas

- 1) Abrir o arquivo no Google Docs;
- 2) Colocar o mouse acima do espaço da sua assinatura;
- 3) Ir no menu Inserir Imagens, Fazer Upload do Computador



- 4) Selecionar a Imagem para inserir (no formato jpeg. ou png.)
- 5) Os ajustes finos da localização das Imagens serão realizados por mim, para validação futura dos senhores.