



**UNIVERSIDADE CATÓLICA DE PERNAMBUCO**  
**PRÓ-REITORIA ACADÊMICA**  
**COORDENAÇÃO GERAL DE PÓS-GRADUAÇÃO**  
**MESTRADO EM DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS AMBIENTAIS**

**MIRELLA RENATA DE LIRA FREIRE**

Determinação do Padrão de Interação entre Predador (*Cryptolaemus montrouzieri*) e Presa (Cochonilha do Carmim) Usando Equações de Lotka-Volterra

**Recife**  
**2012**

**MIRELLA RENATA DE LIRA FREIRE**

Determinação do Padrão de Interação entre Predador (*Cryptolaemus montrouzieri*) e Presa (Cochonilha do Carmim) Usando Equações de Lotka-Volterra

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento em Processos Ambientais da Universidade Católica de Pernambuco como pré-requisito para obtenção do título de **Mestre em Desenvolvimento de Processos Ambientais**.

Área de Concentração: Desenvolvimento em Processos Ambientais

Linha de Pesquisa: Modelagem e Otimização de Processos

Orientador: Prof. Dr. Antonio Mendes da Silva Filho

Co-orientador: Prof. Dr. Emerson Alexandre de Oliveira Lima

**Recife**

**2012**

**F866d** Freire, Mirella Renata de Lira  
Determinação do padrão de interação entre predador  
(*Cryptolaemus montrouzieri*) e presa (Cochonilha do Carmim)  
usando equações de Lotka-Volterra / Mirella Renata de Lira  
Freire ; orientador Antonio Mendes da Silva Filho ; co-orientador  
Emerson Alexandre de Oliveira Lima, 2012.  
xii, 76 f. : il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Católica de Pernambuco.  
Pró-reitoria Acadêmica. Curso de Mestrado em Desenvolvimento de  
Processos Ambientais, 2012.

1. Lotka-Volterra, equações de. 2. Controle biológico. 3. Animais  
predadores. I. Título.

CDU 574.6

**Mirella Renata de Lira Freire**

**Examinadores:**

---

Prof. Dr Antonio Mendes da Silva Filho  
Universidade Católica de Pernambuco – UNICAP  
(Orientador)

---

Prof Dr Sérgio Murilo Maciel Fernandes (Membro Interno)  
Universidade Católica de Pernambuco – UNICAP

---

Prof Dr Jornandes Dias da Silva (Membro Externo)  
Universidade de Pernambuco – UPE

**Suplentes:**

---

Prof. Dr. Carlos Carlos Alberto Tuão Gava  
Embrapa Semiárido

---

Prof Dr Emerson Alexandre de Oliveira Lima  
Universidade Católica de Pernambuco - UNICAP

### **Dedico**

A Deus e a tudo o que Ele representa.  
Aos meus pais que sempre me apoiaram  
durante minha caminhada.

Freire, M. R de LIRA. Determinação do Padrão de Interação entre Predador (*Cryptolaemus montrouzieri*) e Presa (Cochonilha do Carmim) Usando Equações de Lotka-Volterra

“A mente que se abre a uma nova idéia  
jamais voltará ao seu tamanho original”.

(Albert Einstein)

## AGRADECIMENTOS

Acredito que escrever não é um esforço solitário e há muitas pessoas a quem devo agradecer a energia e habilidade dispensadas na conclusão dessa dissertação. Há muitas maneiras de homenageá-las, portanto pensei em formas diferentes de agradecer a participação de cada uma delas, adotando a idéia do escritor Nicholas Sparks que diz “obrigado” aos seus colaboradores em diferentes línguas.

Meu primeiro agradecimento, obviamente, vai para Deus pela Sua presença constante em minha vida, sem que eu precise pedir, pelo auxílio nas minhas escolhas e por me confortar nas horas difíceis. *Obrigada!*

Em seguida, agradeço de forma muito especial ao meu orientador, o Professor Antonio Mendes, pelo seu profissionalismo, pela sua dedicação, pelos importantes ensinamentos científicos e pessoais e por me manter centrada e focada durante o projeto de dissertação. *Thank you!*

Ao professor, Emerson Lima, pela co-orientação, pelo apoio e contribuição da revisão dos artigos científicos, que foram fundamentais para a elaboração dessa dissertação. *Muchas gracias!*

A professora e coordenadora do mestrado em Desenvolvimento de Processos Ambientais, Alexandra Amorim, pela amizade e apoio. Não posso deixar de ressaltar minha admiração pelo seu profissionalismo bem como pelo seu entusiasmo em todos os trabalhos. *Efharisto Poli!*

Aos meus pais, Dílson e Marta, a minha irmã, Milena, e a minha família por todo amor, carinho e apoio incondicionais. *Amo vocês. Mahalo nui loa!*

Ao meu noivo, Augusto, pelo amor e paciência nos momentos difíceis. Ao seu lado foi mais fácil transpor os dias de desânimo e cansaço. *Merci beaucoup!*

A todos os amigos pelo apoio, companheirismo e momentos de alegria. Tenho certeza que a sólida amizade que construímos será para sempre. *Liels paldies!*

Aos colegas de mestrado, especialmente a Francisco, pela sua companhia e pelo auxílio no início das simulações, e a Thaísa, pela amizade e compreensão. A vocês, meu agradecimento pelo conforto nas horas difíceis. *Danke schön!*

A Gilberto e aos funcionários do Laboratório Inácio de Loyola da Universidade Católica de Pernambuco. *Grazie!*

A FACEPE, pelo apoio financeiro para execução desse projeto. *Arigato gozaimasu!*

A todos que me auxiliaram direta ou indiretamente na elaboração deste trabalho. *Toa chie!*

## SUMÁRIO

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	v
<b>SUMÁRIO</b> .....	vi
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	vii
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	viii
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	ix
<b>LISTA DE ABREVIATURAS</b> .....	x
<b>RESUMO</b> .....	xi
<b>ABSTRACT</b> .....	xii
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>1.1 Introdução</b> .....	4
<b>1.2 Objetivos</b> .....	7
1.2.1 Objetivo geral.....	7
1.2.1 Objetivos específicos.....	7
<b>1.3 Revisão da literatura</b> .....	8
1.3.1 Região do semi-árido nordestino.....	8
1.3.2 Palma forrageira.....	9
1.3.3 <i>Dactylopius opuntiae</i> (Cochonilha do carmim).....	21
1.3.4 <i>Cryptolaemus montrouzieri</i> .....	28
1.3.5 Modelo e modelagem.....	31
1.3.6 Predação.....	34
1.3.7 Sistemas presa-predador.....	37
<b>1.4 Referências</b> .....	42
<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>Estudo do comportamento populacional das espécies <i>Cryptolaemus montrouzieri</i> e <i>Dactylopius opuntiae</i> usando modelo Lotka-Volterra</b> .....	47
<b>CAPÍTULO III</b>	
<b>Comportamento populacional das espécies <i>Cryptolaemus montrouzieri</i> e <i>Dactylopius opuntiae</i> através dos Modelos Lotka-Volterra simples, Lotka-Volterra com competição de presas e Lotka-Volterra com controle ótimo</b> .....	58
<b>CAPÍTULO IV</b>	
<b>CONCLUSÕES GERAIS</b> .....	73

## LISTA DE FIGURAS

### CAPÍTULO I

Figura 1 - Detalhe da flor da palma.....	10
Figura 2 - Detalhe do fruto da palma.....	10
Figura 3 - Cladódio frutificado.....	13
Figura 4 - Frutos para exportação.....	16
Figura 5 - Plantio comercial da palma.....	16
Figura 6 - Palma utilizada na alimentação de caprinos.....	19
Figura 7 - À esquerda, fêmea <i>Dactylopius opuntiae</i> ; o macho é alado. À direita, imagem microscópica do inseto adulto.....	21
Figura 8 - Colônia de ninfas migrantes na borda da raquete.....	22
Figura 9 - Cochonilhas esmagadas em palma.....	23
Figura 10 - Palma infestada de cochonilha.....	25
Figura 11 - Animais infestados que são utilizados como meios de transporte, à esquerda; e raquetes de palma, à direita, são meios de transmissão.....	26
Figura 12 - Ciclo biológico do <i>C. montrouzieri</i> .....	29
Figura 13 - <i>C. montrouzieri</i> predando a cochonilha.....	30
Figura 14 - Ciclo Ciclos populacionais das lebres (presas) e lincos (predadores) no Canadá (região dos Grandes Lagos).....	35
Figura 15 - Simulação do número de presas e predadores em relação ao tempo.....	36
Figura 16 - Evolução do sistema predador-presas no espaço de fase.....	37
Figura 17 - Simulação do número de presas e predadores em relação ao tempo usando Equações Lotka-Volterra com competição de presas.....	40
Figura 18 - Variação da população de presas e predadores com aplicação de controle ótimo.....	41

## LISTA DE TABELAS

### CAPÍTULO I

Tabela 1 - Usos e aplicações potenciais da palma forrageira.....	12
Tabela 2 - Composição química da polpa e das sementes de frutos de palma.....	14
Tabela 3 - Comparação entre a composição química da polpa da fruta de palma com as de laranja e mamão.....	16
Tabela 4 - Comparação do valor nutritivo do broto da palma com olerícolas.....	18
Tabela 5 - Percentuais de matéria seca, proteína, fibra bruta e minerais na matéria seca das cultivares em São Bento do Uma - PE.....	19
Tabela 6 - Tratamento químico recomendado para o controle da cochonilha do carmim	27

## LISTA DE SÍMBOLOS

$x(t)$	População de presa
$y(t)$	População de predador
$a, b, c, d$	Parâmetros do modelo
$\gamma$	Coeficiente de competição entre presas
$x_d$	Limiar de danos econômicos
$U$	Função de controle
$\sigma y$	Introdução de inimigos naturais para levar o sistema ao ponto de equilíbrio desejado
$\mu$	Garante a estabilidade do ponto de equilíbrio
$h$	Intervalo numérico (passo)

## LISTA DE ABREVIATURAS

CPATSA	Centro de Pesquisa Agropecuária Trópico Semi Árido
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EMBRAPA	Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária
IPA	Instituto Agronômico de Pernambuco
LV	Lotka-Volterra
SCILAB	Software livre e de código aberto para computação numérica
SEBRAE	Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas

## RESUMO

O uso de ferramentas matemáticas e computacionais se faz cada vez mais presente nos estudos da dinâmica predador-presa devido à complexidade das populações que sofrem influências externas relativas à interação com o ambiente. O objetivo deste estudo foi investigar as equações de Lotka-Volterra e aplicá-las para modelar e descrever a dinâmica da interação entre o inseto *Cryptolaemus montrouzieri* (predador) e sua presa, a cochonilha-do-carmim (*Dactylopius opuntiae*) visando identificar cenários que conduzam ao combate da cochonilha. Esta é uma praga que tem atacado severamente as áreas de cultivo da palma forrageira, utilizada para alimentação de caprinos, ovinos e bovinos causando prejuízos econômicos, ambientais e sociais à região do semiárido nordestino. A destruição dos palmais devido ao ataque da cochonilha obriga os agricultores a se desfazerem dos seus rebanhos, migrarem para outras regiões ou devastar áreas da Caatinga para realizar novos plantios de palma. Diante do exposto, verifica-se a necessidade de prover suporte para uma cultura sustentável da palma forrageira, essencial para o gado leiteiro. Para fins de controle de pragas, órgãos como a Embrapa e o IPA têm recomendado o controle biológico da cochonilha através da introdução de seu inimigo natural (*C. montrouzieri*) que tem se mostrado eficiente no combate à praga. Neste trabalho foram realizadas simulações da evolução das populações de *D. opuntiae* e de *C. montrouzieri* utilizando as equações que representam o modelo Lotka-Volterra e suas variantes. Os resultados desta pesquisa têm tornado possível sugerir a quantidade de predadores a ser inserida no ambiente natural para buscar combater e controlar a infestação de pragas que tem causado danos à região do Semiárido do Nordeste. O uso do modelo não apenas possibilita sugerir a população de predadores para interagir com a espécie presa numa relação trófica, como também permite o monitoramento da conformidade da evolução populacional das espécies estudadas.

Palavras-Chave: modelo Lotka-Volterra, modelagem, predação, controle biológico.

## ABSTRACT

The use of mathematical and computational tools have been found within studies of the dynamics of predator-prey due to the complexities of the population evolution that suffer external influences of their interaction with the environment. Within this context, this work aims at investigating the Lotka-Volterra model and apply them to capture and describe the dynamics of the interaction between the *Cryptolaemus montrouzieri* (predator) and its prey, the cochineal-carmine (*Dactylopius opuntiae*) in order to identify scenarios that aim at reducing the amount of ladybug. This a pest that has infested a large area in the semiarid region of the Northeast Brazil where the cactus pear has been used as a base of supply for ruminants. As a result, environmental damages as well as social and economic losses have occurred. This pest infestation has caused farmers migration to other areas. Given the above, there is a need to provide support for a sustainable cultivation of cactus pear. For the purpose of pest control, agencies such as Embrapa and IPA have recommended biological control of ladybug by introducing natural enemies such as *C. montrouzieri* that has been effective at reducing the pest. In that sense, within this work simulations of population evolution for *D. opuntiae* and *C. montrouzieri* have been made by using the Lotka-Volterra equations as well as its variants. Results of this research has made possible to suggest the amount of predators that might be inserted into the natural environment aiming at reducing and control pest infestation in a case study of the semiarid region of the Northeast Brazil. The use of the model not only allows suggesting the population of predators for species within a trophic interaction, but also allows the monitoring of compliance of the evolution of the species under study.

Keywords: Lotka-Volterra model, modeling, predation, biological control.

# CAPÍTULO I

## 1.1 INTRODUÇÃO

A integração de tecnologias de comunicação e informação tem sido investigada, tornando-se o enfoque em vários estudos nos últimos anos, tanto no âmbito nacional quanto internacional. Uma vertente de trabalho é a que investiga a integração da tecnologia através de atividades de modelagem computacional no estudo de áreas diversas (GOMES, 2006).

Os fenômenos biológicos são, em sua maioria, bastante complexos, o que fez aumentar o emprego de ferramentas matemáticas para se obter informações precisas a respeito desses fenômenos. Pesquisadores de diversas áreas do conhecimento seguem na busca de modelos matemáticos que possibilitem a análise e simulação dos vários fenômenos que ocorrem na Biologia, Medicina, Economia, entre outras áreas (SANTOS, 2009).

Os modelos matemáticos aplicados à ecologia de populações são utilizados na tentativa de quantificar como as interações acontecem no meio natural. Em aplicações práticas, as projeções podem ser o principal benefício de um modelo (VACARI, 2009; RACCO, 2003).

A dinâmica de populações estuda os fenômenos inerentes a evolução temporal das populações, que não existem isoladamente e interagem de diversas maneiras. Muitas vezes, não é possível compreender fenômenos populacionais sem considerar suas interações. A maioria dos estudos teóricos de interações populacionais foi formulada usando equações diferenciais (SOUZA et al., 2010).

A interação entre espécies de predadores e presas pode ser estudada através de um par de equações diferenciais, não lineares e de primeira ordem, desenvolvidas independentemente por Alfred Lotka em 1925 e por Vito Volterra em 1926. O modelo de Lotka-Volterra descreve a dinâmica em um sistema biológico onde duas espécies interagem entre si: uma como presa e outra como predador (BOYCE & DIPRIMA, 2010).

Considerando a interação predador-presa, destaca-se uma situação que ocorre na região do semi-árido nordestino: o ataque à palma forrageira, pela praga *Dactylopius opuntiae* (cochonilha-do-carmim). Essa praga é um inseto que se alimenta da seiva das plantas e pode introduzir vírus ou toxinas que deixam a palma amarela e murcha, causando destruição da palma forrageira

dentro de quinze dias a seis meses se não for combatida rapidamente (SANTOS et al., 2006).

No semiárido nordestino, a má distribuição e a irregularidade de chuvas provocam longas estiagens, resultando na escassez de alimentos para a população e, principalmente, para os rebanhos. Para suprir essas necessidades, o agricultor passou a utilizar a palma forrageira como fonte alternativa de alimento. Atualmente, o cultivo da palma se constitui uma das principais atividades agrícolas do semi-árido, pois a cactácea, além da resistência a estiagens prolongadas, fornece água, energia e vitamina A, garantindo o suprimento de alimentos importantes para a manutenção dos rebanhos nos períodos de seca (CHIACCHIO, 2008). Entretanto, a cochonilha tem atacado áreas tradicionais de cultivo da palma em Pernambuco de forma tão severa que a única opção dos agricultores é a erradicação de seus plantios (CHIACCHIO et al., 2006). Esta é uma consequência grave do ataque da praga na ausência de controle eficiente ou com custo competitivo (SEBRAE, 2001). Como resultado, os agricultores se desfazem dos rebanhos ou aumentam o uso da vegetação nativa, causando a degradação da caatinga e contribuindo para a migração de famílias de agricultores das regiões afetadas, causando danos ambientais, econômicos e sociais (VASCONCELOS et al., 2009).

Diante do exposto, verifica-se a necessidade de prover suporte para uma cultura sustentável da palma forrageira, essencial para o gado leiteiro. Para fins de controle biológico da cochonilha, os institutos de pesquisas agropecuárias recomendam a introdução do *Cryptolaemus montrouzieri*, uma espécie de joaninha, inimigo natural da praga cochonilha-do-carmim.

A Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa) e o Instituto Agrônomo de Pernambuco (IPA) estão realizando estudos para verificar o desempenho do *C. montrouzieri* como predador da *D. opuntiae*. Contudo, a joaninha já tem se mostrado eficiente no controle da cochonilha, pois foi possível verificar através de experimentos, que um adulto do *C. montrouzieri* é capaz de consumir, por dia, entre 300 a 350 ninfas da praga (CHIACCHIO, 2008).

Neste sentido, pesquisas para o controle biológico de pragas devem ser conduzidas de maneira que possam tornar viáveis medidas para conter a

infestação da cochonilha no Nordeste que tem causado prejuízos estimados em 150 milhões de reais por ano.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo Geral

Investigar as Equações de Lotka-Volterra para modelar e descrever a dinâmica da interação entre predador e presa, visando identificar cenários que conduzam ao combate de uma praga.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Descrever a dinâmica da interação predador (*Cryptolaemus montrouzieri*) e presa (*Dactylopius opuntiae*).
- Levantar dados, produzir e simular cenários de interação predador-presa.
- Investigar e determinar comportamento de variáveis como taxa de ataque, taxa de mortalidade de pragas, eficiência do predador, além de simular cenários (desejados) de interação predador-presa.

## 1.3 REVISÃO DA LITERATURA

### 1.3.1 Região do semi-árido nordestino

O semiárido do Nordeste ocupa aproximadamente 18 % do território nacional e concentra cerca de 30 % da população total do país. A região compreende municípios dos nove estados nordestinos: Maranhão, Piauí, Ceará, Rio Grande do Norte, Paraíba, Pernambuco, Alagoas, Sergipe e Bahia. Essa região representa 57 % e 40 % da área e da população nordestina, respectivamente. As características do meio ambiente condicionam fortemente a sociedade regional e o semiárido nordestino tem como traço principal as frequentes secas, que tanto podem ser caracterizadas pela ausência, escassez, alta variabilidade espacial e temporal das chuvas (SANTOS et al., 2006).

Essa região sobrevive principalmente de atividades econômicas ligadas basicamente à agricultura e a pecuária. Estas se realizam sempre buscando o melhor aproveitamento possível das condições naturais desfavoráveis, ainda que apoiadas em base técnica frágil, utilizando na maior parte dos casos, tecnologias tradicionais. A população convive com a falta de água e a pouca água que possui é salobra, além disso, as condições de saneamento básico, coleta de lixo, transporte coletivo e assistência médica são precárias (ALVES, 2007).

Apesar da urbanização ocorrida nos últimos anos, a ocupação principal de sua força de trabalho é a agropecuária. A estrutura fundiária é extremamente concentrada, embora seja grande o número de pequenos estabelecimentos ou unidades de produção familiar. Além das vulnerabilidades climáticas do Semiárido, grande parte dos solos encontra-se degradada, os recursos hídricos apresentam níveis elevados de poluição e a flora e a fauna sofrem ação predatória do homem (ALVES, 2007; SALCEDO, 2004).

Os frágeis ecossistemas regionais do semi-árido não estão sendo protegidos, ameaçando a sobrevivência de espécies vegetais e animais e criando riscos à ocupação humana, inclusive associados a processos, em curso, de desertificação. No semiárido nordestino a chuva é escassa - as precipitações médias anuais não ultrapassam 800 mm - e os solos são areno-argilosos, pobres em matéria orgânica (ALVES et al., 2007; MEDEIROS, 2003).

Devido ao baixo índice pluviométrico, a produção de forragem no semiárido fica comprometida. A oscilação na oferta de alimentos para os rebanhos influencia na pecuária negativamente. Visando mitigar a situação, os agricultores descobriram na palma forrageira uma fonte alternativa de alimento, pois apresenta boa disponibilidade

no período seco, bom coeficiente de digestibilidade da matéria seca e alta produtividade (CHIACCHIO, 2008; WANDERELEY et al., 2002).

### **1.3.2 Palma Forrageira**

Os registros sobre o histórico da palma forrageira no Brasil, especialmente no Nordeste são controversos. Há registros de que a palma foi cultivada no início para hospedar a cochonilha do carmim, mas a idéia não teve sucesso. Devido ao insucesso, a palma era utilizada como planta ornamental, quando por acaso, constatou-se seu potencial de utilização, o que despertou o interesse de agricultores e pecuaristas, que passaram a cultivá-la intensamente (ARAUJO, 2009; CHIACCHIO, 2008).

A palma forrageira é de origem mexicana e foi largamente difundida no Nordeste do Brasil por se adaptar facilmente as condições do semi-árido. Essa cactácea é a mais importante fonte de alimentação de caprinos, ovinos e bovinos devido ao seu teor de umidade, contribuindo para salvar rebanhos em épocas de estiagem (SANTOS et al., 2006).

A cactácea tem como importante característica a riqueza em água, pois apresenta cerca de 90% da matéria-verde. Atualmente, há o maior cultivo da palma no nordeste do Brasil, localizando-se principalmente no Rio Grande do Norte, Pernambuco, Paraíba, Alagoas, Ceará e Bahia, compreendendo uma área de aproximadamente 600.000 hectares cultivados (SEBRAE, 2001). Essa cactácea pode contribuir para a geração de postos de trabalho e de renda, preservação ambiental e segurança alimentar, sendo considerada relevante para o desenvolvimento social e econômico do semiárido pernambucano.

A aplicação da palma é difundida a nível mundial, sendo utilizada no México para produzir forragem e verdura para consumo humano. Também é utilizada nos Estados Unidos e Europa, que importam as frutas frescas processadas. Além disso, pode ser utilizada para fins medicinais, cujo potencial foi constatado a nível experimental no tratamento de diabetes, gastrite e obesidade (CHIACCHIO et al., 2006).

#### **1.3.2.1 Características morfológicas**

Scheinvar (*in* CHIACCHIO et al., 2006) revela que os pesquisadores se dedicam ao estudo da taxonomia do gênero *Opuntia*, pois este gênero sofre variações

fenotípicas reguladas por condições climáticas. Cerca de 300 espécies de cactáceas do gênero *Opuntia*, já foram descritas no mundo, desde o Canadá até a Argentina. S Segundo Bravo (in CHIACCHIO et al., 2006): “as palmas forrageiras pertencem à classe *Liliatae*; família *Cactaceae*; subfamília *Opuntioideae*, tribu *Opuntiae*; gênero *Opuntia*, subgênero *Opuntia* e *Nopalea*; do reino Vegetal; sub-reino *Embryophita*; divisão *Angiospermae*”.

A palma é adaptada ao clima semiárido, sendo, portanto considerada xeromorfa. O caule possui formato cilíndrico e os cladódios da palma (ramos) são achatados, carnosos e em formato oval. As raízes são superficiais e atingem profundidades de até 30 cm. As raízes estruturais apresentam várias gemas laterais; em poucas horas de umidade são formadas as raízes absorventes; as raízes de chuva morrem quando o solo fica seco e as raízes em esporão formam-se como cachos da massa mais volumosa de raízes (PASSOS, 2011; SANTOS et al., 2006). Com o tempo, as raízes desenvolvidas de aréolas (gemas axilares), formam um sistema de raízes real em contato com o solo (PASSOS, 2011).

A fotossíntese é realizada por meio dos cladódios e seus espinhos, dependendo da espécie, podem ser esparsos, pequenos e, até mesmo, ausentes. As flores possuem tons de vermelho (Figura 1). Os frutos (Figura 2) possuem baga simples e carnosas, possuem aréolas e coloração avermelhada (WANDERLEY et al., 2002).



**Figura 1** Detalhe da flor da palma



**Figura 2** Detalhe do fruto da palma

Fonte: PASSOS, 2011.

Não existe período específico para a floração, uma vez que essa ocorre durante todo o ano, mas é no período de setembro a março que mais acontece. A reprodução da palma ocorre de forma assexuada, por estaquia ou por sementes (CHIACCHIO et al., 2006).

### 1.3.2.2 Cultivo

Para o cultivo da palma forrageira recomendam-se solos férteis e argilo-arenosos, uma vez que a palma tem certa exigência quanto às características físico-químicas do solo, apesar dessa cactácea resistir bem à infertilidade. Além disso, áreas que podem alagar não são boas para cultivar a palma, portanto é necessário que os solos sejam de boa drenagem (ALVES et al., 2007). O ciclo de vida da palma forrageira é perene sendo utilizada também para ornamentação, jardinagem e cercaviva. O cultivo deve ser realizado ao sol ou meia-sombra, plantadas individualmente ou em grupos (SEBRAE, 2001).

As plantações no nordeste do Brasil atingem diversas áreas, mas no México, talvez por ser nativa desse local, a produção de palma chega a ser dez vezes maior que no Brasil, atingindo cerca de quatrocentas toneladas por hectare. A precipitação anual de 400 a 800 mm em conjunto com a umidade relativa do ar a partir de 40 % e temperaturas variando de 15 a 25 °C contribuem para o bom rendimento da cultura da palma. Vale ressaltar que umidade relativa baixa e temperaturas noturnas elevadas encontradas em regiões do semi-árido podem justificar as menores produtividades ou até a morte da palma (CHIACCHIO, 2008).

No período chuvoso, pode ocorrer apodrecimento dos cladódios da palma e favorecer a contaminação e proliferação de fungos e bactérias. Portanto é fundamental que o plantio das palmas seja realizado no final do período seco para evitar o contato com o solo úmido e conseqüente morte da palma (CHIACCHIO et al., 2006).

Os produtores têm adotado a prática de utilizar culturas anuais intercaladas com a palma, como por exemplo: milho, feijão, fava, jerimum, mandioca, entre outros. Essa prática tem por objetivo viabilizar o cultivo em termos econômicos e de tratamentos culturais da palma. O consórcio é recomendado para áreas de espaçamentos simples de 2,0 x 0,5 m e 2,0 x 1,0 m, e deve ser realizado no ano do plantio da palma ou nos anos de colheita. O consórcio em fileiras duplas é o mais recomendado e poderá ser de 3,0 x 1,0 x 0,5 m ou, dependendo da necessidade do produtor, em fileiras com mais de 3 m entre as filas duplas (SANTOS et al., 2006).

Diante do exposto, a palma deve ser tratada como cultura, pois a mesma também responde bem a capinas e roços. A produção da forragem pode aumentar em 100 %, se for realizado o trato cultural. A literatura recomenda uma média de três capinas por ano para plantios adensados. Já para plantios tradicionais, os tratamentos culturais podem ser um roço no final da estação chuvosa (ALVES, 2007; SEBRAE, 2001).

### 1.3.2.3 Aplicações da palma

Há uma gama de aptidões e produtos inerentes a esta planta que precisa ser mais explorada no semiárido pernambucano, pois seu uso se resume à alimentação de animais. Dessa forma, há um desperdício de oportunidades de geração de emprego e renda e desperdício da própria oferta de alimentos, que poderiam contribuir para melhorar os índices sociais e econômicos da região, além da preservação ambiental (CHIACCHIO, 2008). Os principais usos da palma forrageira encontram-se resumidos na Tabela a seguir.

**Tabela 1** Usos e aplicações potenciais da palma forrageira

Aplicações	Partes da planta
Alimento humano	Frutos: frescos ou processados (passa, sucos, polpa, vinho, licor, compota, melaço, geléia, purês, adoçante líquido, etc.). Cladódios: jovens frescos (verdura), processados em salmoura ou em vinagre, pré-cozidos congelados, geléia, doces. Sementes: óleo comestível.
Alimento animal	Cladódios, frutos e sementes: forragem
Agrícola	Planta: cercas-vivas, quebra-ventos, matéria orgânica.
Medicinal	Raízes: diurese Cladódios: diarreia, diabetes, colesterol, antiinflamatórios. Fibras e mucilagem: obesidade Flores: diurese e disenteria
Energia	Cladódios: etanol, biogás, lenha. Frutos: etanol, biogás.
Cosmética	Cladódios: xampu, sabonetes, creme umectante, adstringente.
Outros	Planta: ornamental Cladódios: adesivos, colas, pectina, fibras, papel, antitranspirante, corante, mucilagem. Frutos: corantes

Fonte: BARBERA (2001) modificada apud CHIACCHIO et al., 2006.

A palma é usada na alimentação animal em todo o mundo e, em diversos países, também faz parte da dieta alimentar humana, principalmente no México, onde seu potencial é mais conhecido. No Brasil, seu potencial de energia é pouco explorado, mas como mostra a tabela 1, Barbera (*in* CHIACCHIO et al., 2006) revela seu uso mundialmente: “na medicina, indústria de cosméticos, proteção e conservação

do solo, fabricação de adesivos, colas, fibras para artesanato, papel, corantes, mucilagem, antitranspirante e ornamentação”.

#### 1.3.2.4 Fruto da palma

Inglese (*in* CHIACCHIO et al., 2006) descreve que “o uso da fruta da palma na alimentação humana era comum no México desde o período que antecedeu a colonização espanhola. Após a conquista, a fruta manteve seu papel básico na dieta da população mexicana à época e, decorrido um século, já estava sendo consumida no Sul da Itália e na ilha da Sicília”.

A literatura revela que a produção de frutos da palma está sendo cultivada atualmente em várias regiões, desde quando migrou dos planaltos mexicanos, compreendendo zonas áridas e semi-áridas, em sistemas sustentados com altos rendimentos e baixa demanda de energia (BALDINI et al., 1982). A Figura 3 representa palma com fruto.



**Figura 3** Cladódio frutificado

Fonte: GLOBO RURAL apud CHIACCHIO et al., 2006.

A tabela abaixo representa a composição química dos frutos que são produzidos pela palma (*Opuntia*). As características dos frutos variam de acordo com a espécie, apresentando sabor específico, formas e cores variadas.

**Tabela 2** Composição química da polpa e das sementes de frutos de palma

<b>Componentes</b>	<b>Polpa</b>	<b>Sementes</b>
Água (%)	85,6	5,3
Proteína (%)	0,21	16,6
Lipídios (%)	0,12	17,2
Fibras (%)	0,02	49,6
Pectina (%)	0,19	-
Cinzas (%)	0,44	3
Vitamina C	22	-
Cálcio (mg/100 g)	28	16
Magnésio (mg/100 g)	28	75
Potássio (mg/100 g)	16	163
Sódio (mg/100 g)	0,8	68
Fósforo (mg/100 g)	15,4	152
Ferro (mg/100 g)	1,5	9
β-caroteno	Traços	-

Fonte: SAWAYA et al., apud CHIACCHIO et al., 2006.

Existem projetos que estão sendo desenvolvidos para produzir fermentado utilizando o fruto da palma. Os pesquisadores estão trabalhando para produzir, além do vinho, passas, aguardente, licor e vinagre. Os resíduos que são gerados dessa atividade de produção estão sendo reaproveitados, o que mostra, além da produção de fermentado e destilado para o consumo humano, preocupação ambiental. Um exemplo desse reaproveitamento é a utilização do bagaço do fruto com o cladódio da palma, para complementar a ração animal, o que resulta num nutricional protéico rico, vitamínico, energético e mineral (CHIACCHIO et al., 2006).

Para facilitar a comercialização do fruto da palma os pesquisadores verificaram em estudos preliminares que a passa da fruta (desidratação) é uma forma de adicionar valor agregado à palma, pois o tempo de duração é maior do que o da fruta "in natura". Para tanto, a umidade máxima deve ser de 14 % e as fibras, proteínas e vitamina A devem ser preservadas, pois representam o valor nutricional. Com o objetivo de otimizar o processo, os pesquisadores estão estudando as condições operacionais para a produção do suplemento protéico, vinagre, vinho e aguardente. Dessa maneira a tecnologia utilizada nas pesquisas pode ser transferida para o homem do campo,

promovendo rendimentos pela agregação de valores aos produtos (SANTOS et al., 2006).

É importante que o agricultor possa enxergar novas formas de aproveitamento e capitalização da palma forrageira e valores nutricionais. Essa cactácea, por ser uma das plantas do semiárido nordestino de maior resistência e produtividade, deve ser utilizada não só como ração animal, mas também como matéria-prima dos produtos citados anteriormente, que agregam valores à cultura, o que justifica ainda mais o seu plantio (ALVES, 2007).

*“No município de Valinhos – SP existe um pomar centenário de palma forrageira, implantado por colonizadores italianos, ocupando, atualmente, uma área de 1,5 ha, sendo que 70 % da produção de frutas são exportadas e o restante comercializado no mercado interno, com faturamento em torno de US\$ 8 mil/ano [...] No palmar, são produzidos cerca de 100 mil frutos/ano, estimando-se uma produtividade em torno de 5,5 mil kg/ha, comercializados por volta de R\$ 26,00/kg”.* (CHIACCHIO et al., 2006).

Os países que produzem frutas da palma apresentam produtividade variada, e quando comparada com a região do semiárido nordestino, os índices de produtividade são bem maiores (INGLESE apud CHIACCHIO et al., 2006). Cantwell (in CHIACCHIO et al., 2006) menciona que a produtividade no México varia de 4 a 10 toneladas por hectare (t/ha), no Chile a variação é de 6 a 15 t/ha. Na Itália e em Israel a produtividade é de 15 a 25 t/ha e na África do Sul varia de 10 a 30 t/ha. Abaixo, as Figuras 4 e 5 representam os frutos produzidos para exportação e uma plantação de palma, respectivamente.



**Figura 4** Frutos para exportação



**Figura 5** Plantio comercial da palma

Fonte: GLOBO RURAL apud CHIACCHIO et al., 2006.

Os dados contidos na Tabela 3 estabelecem uma comparação com as composições da laranja e do mamão. A palma apresenta composição química cujos valores são bem próximos. Destaca-se o alto teor de fibras, a maior quantidade de cálcio em mg/100g e o maior percentual de cinzas dentre as polpas das frutas presentes na tabela a seguir (CHACCHIO et al., 2006).

**Tabela 3** Comparação entre a composição química da polpa da fruta de palma com as de laranja e mamão

<b>Componentes</b>	<b>Palma</b>	<b>Laranja</b>	<b>Mamão</b>
Água (%)	85	87,8	88,7
Carboidratos totais (%)	11	11	10
Fibras cruas (%)	1,8	0,5	0,8
Lipídios (%)	0,1	0,1	0,1
Proteínas (%)	0,5	0,4	0,6
Cinzas (%)	1,6	0,4	0,6
Cálcio (mg/100 g)	60	40	20
Vitamina C	30	50	50
Vitamina A (UI)	50	200	1100

Fonte: HERNANDEZ et al (1980) apud CHACCHIO et al., 2006.

O figo da Índia, como é conhecido, é na verdade o fruto da palma forrageira. Ele apresenta características de cor em tom esverdeado e sabor doce, com um toque ácido, o que o torna refrescante. A polpa do fruto é amarela com sementes pretas e quando o fruto está com muita polpa, o mesmo apresenta casca fina recoberta com pequenos pontos pretos. A medicina natural recomenda o consumo desse fruto que é rico em cálcio, magnésio e vitaminas A e C para prevenir doenças como asma, tosse, vermes, problemas na próstata e dores reumáticas (SCHEINVAR, 2001).

### 1.3.2.5 Verdura da palma

Sodi (in CHACCHIO et al., 2006) afirma que existem três sistemas de produção no cultivo da palma forrageira para produção de verdura: palmas nativas selvagens, hortas familiares e plantios comerciais. “As raquetes ou brotos de palma devem ser colhidos 30 a 60 dias após a brotação [...] a fim de que possam ser utilizados como verdura na alimentação humana” (FLORES VALDEZ apud CHACCHIO et al, 2006).

A verdura nada mais é que o próprio broto da palma (cladódio) e, segundo literatura consultada, para utilizar o cladódio na culinária, o mesmo deve apresentar coloração verde brilhante, quebrar facilmente ao ser dobrado e não possuir espinhos. O cladódio que pesa de 40 a 60 g é considerado de tamanho pequeno, já o cladódio médio pode variar de 90 a 110 g e tamanho grande deve pesar entre 90 e 110 g (GUEDES et al.,2004).

Existem no mundo, mais de 200 receitas com a verdura, no entanto seu uso é quase que restrito ao México, contemplando também outros países que possuem influência do México (CHIACCHIO et al., 2006). A verdura da palma também é utilizada no Brasil, sendo vendida em feiras livre em municípios da Bahia que fazem uso do broto para preparar receitas nutritivas e diferentes (GUEDES, 2002).

Em Pernambuco, o SEBRAE junto à Universidade Federal do Estado, desenvolve trabalhos para introduzir a verdura da palma em receitas que podem ser facilmente preparadas pela população, considerando que o cladódio da palma é rico em nutrientes e que a disponibilidade da cactácea no nordeste é abundante. “A criação de receitas com sabores regionais desempenha papel fundamental nos programas sociais, na expectativa de reduzir a fome e minimizar as deficiências nutricionais da população” (CHIACCHIO et al., 2006).

A tabela 4 representa as qualidades nutricionais da verdura da palma e faz uma comparação da mesma com outros tipos de vegetais.

**Tabela 4** Comparação do valor nutritivo do broto da palma com olerícolas

Olerícola	Vitamina A (mcg)	Ferro (mg/100 g)	Cálcio (mg/100 g)
Palma	220	2,8	200
Tomate	180	0,8	10
Pimentão	150	0,6	7
Vagem	120	1,3	55
Quiabo	90	0,6	60
Chuchu	20	0,5	7
Couve-flor	5	0,7	120

Fonte: GUEDES (2004) modificado apud CHIACCHIO et al., 2006

Observa-se que a palma apresenta maior quantidade de vitamina A, ferro e cálcio do que outros vegetais presentes na tabela (tomate, pimentão, vagem, quiabo, chuchu e couve-flor). Além disso, a quantidade de cálcio presente na verdura da palma chega a ser 20 vezes maior que no tomate e a quantidade de vitamina A do broto da palma é 44 vezes maior que a da couve-flor.

### 1.3.2.6 Uso zootécnico

A região semiárida enfrenta longos períodos de seca, o que resulta em sérios prejuízos para os agricultores e pecuaristas dessa região, que acabam migrando para outros locais ou desfazendo-se de seus rebanhos. A produção de alimentos para as populações e para os rebanhos na região deve ser baseada em espécies vegetais que apresentem características de alta adaptabilidade às condições climáticas regionais (SEBRAE, 2001).

No nordeste brasileiro e em épocas de estiagem em regiões do México, Estados Unidos, Austrália e África do Sul a palma é também utilizada como uma alternativa para alimentação animal, por apresentar uma boa digestibilidade por ruminante. Visando complementar a alimentação dos caprinos, ovinos e bovinos em épocas de estiagem, os criadores têm gastos dispendiosos, pois usam concentrados comerciais para suplementação protéica. O enriquecimento surge como uma alternativa de suplementação alimentar para o rebanho animal (Figura 6), reduzindo os gastos por parte dos pecuaristas (ARAUJO, 2009).



**Figura 6** Palma utilizada na alimentação de caprinos

Fonte: BONFIM, 2009.

Como já foi dito anteriormente, existem três tipos de palma forrageira que predominam no semiárido nordestino (Tabela 5). As palmas conhecidas como orelha-de-onça ou redonda são classificadas como *O. ficus-indica*. A palma gigante, também conhecida como graúda, azeda ou santa possui a mesma classificação *O. ficus-indica*. Já a palma conhecida como doce, língua-de-vaca ou miúda pertence a *N. cochenillifera* (MAIA NETO, 2000).

**Tabela 5** Percentuais de matéria seca, proteína, fibra bruta e minerais na matéria seca das cultivares em São Bento do Una- PE

Cultivares	Matéria seca	Teor na matéria seca		
		Proteína bruta	Fibra bruta	Matéria mineral
Redonda	10,93	4,21	8,62	12,02
Gigante	9,85	4,83	9,53	10,85
Miúda	16,56	2,55	5,14	7,72

Fonte: SANTOS et al. (1990) apud CHIACCHIO et al., 2006.

As qualidades nutritivas da palma miúda são inferiores às de outras forrageiras, como sorgo, capim-elefante e milho, por exemplo. Os valores nutricionais apresentam altos valores de extrato etéreo e carboidratos não-estruturais, observando-se ainda matéria mineral. Apesar de ser inferior às palmas redonda e gigante quanto à quantidade de proteínas, de fibra bruta e matéria mineral, a palma miúda é bem explorada como ração animal, pois a mesma é rica em água e carboidratos, além de apresentar elevado coeficiente de digestibilidade (CHIACCHIO, et al.; SANTOS et al., 2006).

Pesquisas desenvolvidas apontam um aumento em cinco vezes do valor de proteína bruta da palma, na bioconversão, tornando-a compatível e até mais nutritiva que os concentrados convencionais como torta de babaçu, semente de algodão, torta comum, prensada de algodão e grãos de soja (SEBRAE, 2001).

### 1.3.2.7 Uso agroindustrial e medicinal

O uso das frutas e verduras da palma adiciona valor aos diversos produtos e preparações resultantes da sua agroindustrialização, o que minimiza efeitos negativos de desemprego e contribui para a economia local (PIMIENTA, 1990; SCHIMIDT-HEBBEL & PENNACHIOTI, 1985). O teor de aminoácidos da palma é bem maior, se comparado a outras frutíferas; já os teores de proteínas, gorduras, fibras e cinzas, são bem próximos (SÁÉNZ HERNÁNDEZ, 2001).

As polpas e sucos são os produtos mais comuns na agroindustrialização dos frutos da palma. Todavia, já existem doces que são fabricados por pesquisadores em forma de pasta, onde frutas passam por branqueamento e os frutos são congelados, obtendo boa repercussão. Também é comum a preparação de bebidas alcoólicas, xarope e frutas secas e cristalizadas (CHIACCHIO et al., 2006).

É importante destacar que as sementes dos frutos da palma “possuem de 5,8 % a 13 % de óleo comestível, com alto grau de não saturação, com 57,7 % a 73,4 % de ácido linoléico, de qualidade similar a outros vegetais comestíveis, a exemplo do de milho e de sementes de uva” (SÁENZ HERNÁNDEZ apud CHIACCHIO et al., 2006).

Com relação ao uso medicinal, já foram registradas curas de doenças através da utilização da palma, principalmente no México, onde a medicina popular mexicana é bem evidente e onde são bem difundidas as características da palma, considerada como antidiarréica, antidisentérica, antiasmática, diurética, cardiotônica, antiinflamatória da bexiga e da uretra. Além do uso alimentício e medicinal, a palma é utilizada na produção de cosméticos, através da mucilagem obtida da casca dos frutos e dos cladódios (ALVES, 2007; SÁENZ HERNÁNDEZ, 2001).

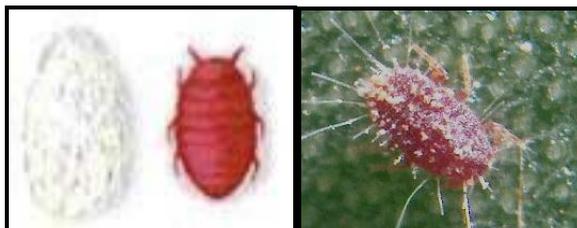
CHIACCHIO et al. (2006), afirmaram:

*“Os efeitos diurético e antidiabético da palma foram comprovados cientificamente por McLaughlin (1981) e Gulías e Robles (1989), respectivamente. Frati-Murani et al. (1983) e Ibanéz-Camacho et al. (1983) também constataram a ação antiglicêmica da palma. Já Fernandez et al. (1990) estudaram o papel do extrato de cladódios sobre a redução de níveis de colesterol no sangue. Existem menções na literatura sobre o uso de cápsulas de palma forrageira desidratada para o controle de obesidade”.*

Entretanto, apesar das variadas aplicações e benefícios da palma, existem diversas pragas que atacam essa cactácea, impedindo sua utilização. Diversos insetos ocorrem sobre as forrageiras, tais como besouros (*Coleoptera*), formigas (*Hymenoptera*), gafanhotos (*Orthoptera*), lagartas (*Lepidoptera*), tripés (*Thysanoptera*), entre outros, porém o que realmente constitui praga para a palma no Nordeste brasileiro é a cochonilha do carmim, cujo nome científico é *Dactylopius opuntiae* e causa danos e prejuízos à cultura (SEBRAE, 2001).

### **1.3.3 *Dactylopius opuntiae* (Cochonilha do carmim)**

A cochonilha do carmim, pertencente à ordem Hemiptera, família Dactylopiidae e gênero *Dactylopius*, é denominada de cochonilha da palma, pois invadiu os palmais no semiárido, há cerca de dez anos. Devido ao grande poder de proliferação e disseminação, essa praga (figura 7) causa danos severos, provocando conseqüências socioeconômicas gravíssimas em comunidades agrícolas, onde a atividade leiteira é extremamente dependente do cultivo de palma (LOPES, 2007).



**Figura 7** À esquerda, fêmea *Dactylopius opuntiae*; o macho é alado. À direita, imagem microscópica do inseto adulto.

Fonte: COCHINEAL (DACTYLOPIUS), 2011.

### 1.3.3.1 Aspectos biológicos

Esse inseto, de origem mexicana, possui metamorfose completa e seu ciclo de vida é de cerca de 90 dias, que dependendo da temperatura, pode sofrer variações. “Do ovo eclode uma pequena larva denominada ninfa migrante, medindo 0,8 x 0,4 mm que se locomove rapidamente até as bordas da raquete (Figura 8), facilmente disseminadas pelo vento. As ninfas, ao se fixarem, passam por vários estágios (instares), originando adultos fêmeas e machos que copulam à maturidade” (CHIACCHIO, 2008).



**Figura 8** Colônia de ninfas migrantes na borda da raquete

Fonte: CHIACCHIO, 2008.

Os machos, depois da eclosão das ninfas-macho jovens, desenvolvem casulos de cera branca, em forma de penca, para passarem por metamorfose completa até a fase adulta. Quando saem dos casulos, os adultos são formas aladas e apresentam um par de asas membranosas parecidas com a dos mosquitos. Pelo fato de não possuírem aparelho bucal, os machos vivem apenas uma semana e têm a função

básica de fecundar as fêmeas, acasalando o maior número possível (CHIACCHIO, 2008).

No que diz respeito às fêmeas, existem dois estágios de divisão, as ninfas migrantes e as ninfas estabelecidas. As primeiras, se dispersam rapidamente, numa média de 1 cm a cada 12 segundos. Nesse estágio, elas procuram se estabelecer e quando fixam o aparelho bucal na palma, ficam imóveis e parasitam os cladódios. Elas possuem a cor branca e aparência de “tufo”. São revestidas de secreção de aspecto de cera, e produzem finos filamentos para se proteger de predadores (LOPES, 2001).

O desenvolvimento pós-embrionário dura de 40 a 60 dias. A disseminação por recursos próprios é lenta e difícil, por se tratar de inseto de hábito estacionário. As fêmeas se parecem com um carrapato, medindo 6,0 x 4,7 mm. Colocam 400 a 600 ovos e, após a postura morrem. São ápteras, possuindo pernas vestigiais, o que as tornam imóveis. Sedentárias, quando esmagadas esparramam o conteúdo do corpo (Figura 9), que é vermelho, da cor de sangue, que caracteriza os representantes do gênero *Dactylopius* (CHIACCHIO, 2008).



**Figura 9** Cochonilhas esmagadas em palma

Fonte: CHIACCHIO, 2008.

### 1.3.3.2 Produção de corante

No que diz respeito à produção do corante do carmim, esse uso se constitui um dos mais lucrativos, pois o corante é de alto valor, tendo sido produzido no mundo inteiro devido às suas qualidades comerciais (BARBERA, 2001). Todas as espécies do gênero *Dactylopius* produzem o pigmento vermelho “carmim”, usado como corante na

indústria alimentícia, farmacêutica e de cosméticos. Entretanto, *D. coccus* é a única espécie utilizada comercialmente para a obtenção do carmim, sendo conhecida como a “verdadeira cochonilha-do-carmim”, cochonilha “cultivada” ou “fina”. Essa espécie é mais produtiva em quantidade de ácido carmínico e *bem* menos agressiva do que a espécie *D. opuntiae* (VASCONCELOS et al., 2009).

O Peru contribui com 85 % da produção mundial, produzindo cerca de 500 toneladas, sendo o maior produtor de cochonilha seca para extração do corante, seguido das Ilhas Canárias, México, Bolívia e Chile. A Europa, Japão e os EUA são os principais compradores da cochonilha peruana (CHIACCHIO et al., 2006).

As principais aplicações do corante são em laticínios, doces, geléias, sorvetes, bebidas alcoólicas e cosméticos (FLORES-FLORES & TAKELENBURG, 2001). A indústria de cosméticos tem produzido e colocado no mercado uma grande variedade de produtos, principalmente no México, destacando-se xampus, loções adstringentes, loções para o corpo, sabonetes, etc. (SÁENZ HERNÁNDEZ, 2001).

### 1.3.3.3 Danos à palma forrageira

Diversos países utilizam espécies de cochonilha para realizar controle biológico de cactáceas em áreas indesejadas, onde as cochonilhas do gênero *Dactylopius* são as mais frequentes e atacam um número limitado de plantas, incluindo as pertencentes ao gênero *Opuntia*. No entanto, esses insetos podem se disseminar rapidamente, de forma descontrolada, transformando-se em praga (LOPES, 2001).

No caso do Brasil, não se sabe ao certo, como as cochonilhas foram introduzidas no país, pois existem contradições e divergências na literatura sobre o assunto (PETTER, 2010). Há indícios de que a praga da espécie *Coccus* foi introduzida no município de Sertânia, Pernambuco, por volta de 1998, com o objetivo de produzir o corante carmim em escala experimental, oferecendo mais uma opção de renda para os moradores da região. Entretanto, a cochonilha ultrapassou os limites da área experimental, atingindo a Paraíba (LOPES, 2001).

Além do mais, pesquisadores chegaram à conclusão de que a produção do ácido carmínico é inviável por meio do processamento das cochonilhas, pois as condições climáticas da região Nordeste não são favoráveis. Na realidade, independente de como e quando a cochonilha se disseminou e, se há ou não responsável pela introdução da praga no Nordeste, o que se sabe é que a explosão

populacional da praga no Brasil tem provocado até 100 % de morte das plantas, causando danos econômicos e ambientais (LOPES et al., 2009).

Com relação à aparência da palma que é atacada pela cochonilha (Figura 10), a primeira evidência de que a planta está infestada é o aparecimento de bolinhas brancas que lembram algodão nos caules, próximos às folhas (CHIACCHIO, 2008; LOPES, 2007). Isso facilita o reconhecimento da presença da cochonilha sobre cactáceas cultivadas ou nativas dispersas pela caatinga.

As fêmeas adultas apresentam forma bem peculiar, de corpo pequeno ovalado, com extremidade abdominal arredondada, totalmente coberta por cerosidade branca que protege o corpo avermelhado de ácido carmínico. As cochonilhas sugam a planta, sugando sua seiva, alojando-se principalmente na parte inferior das folhas e dos brotos ((LOPES et al., 2009).



**Figura 10** Palma infestada de cochonilha

Fonte: CHIACCHIO, 2008.

A praga alimenta-se da seiva da planta injetando simultaneamente toxinas que deixam as folhas com a aparência de que estão enceradas, facilitando o ataque de fungos, e atrai também formigas doceiras, por expelir substância açucarada. As toxinas liberadas causam o ressecamento e morte dos cladódios, um processo que pode durar de 15 dias a seis meses. O contínuo processo de alimentação pela praga, aliado ao aumento da infestação, deixa a planta debilitada e provoca a morte das raquetes em curto espaço de tempo (CHIACCHIO, 2008).

#### 1.3.3.4 Disseminação da cochonilha do carmim

A *D. opuntiae* possui poder de infestação e dispersão altíssimo, sendo que o controle da praga deve ser iniciado assim que surgirem os primeiros sinais e/ou quando existirem uma média de 10 colônias por cladódio por planta (LOPES et al., 2009). A disseminação da cochonilha se dá pelo vento; através de raquetes infestadas ou por outras partes vivas da palma; além de serem acidentalmente presas às roupas das pessoas; bem como no corpo de animais de transporte, em geral, por bovinos, caprinos, ovinos, por pássaros ou por qualquer animal que transite nas lavouras que estejam infestadas (Figura 11).



**Figura 11** Animais infestados que são utilizados como meios de transporte, à esquerda; e raquetes de palma, à direita, são meios de transmissão.

Fonte: CHIACCHIO, 2008.

#### 1.3.3.5 Ações de combate à cochonilha do carmim

Para evitar o nível de praga, devem ser tomadas ações de combate à cochonilha sobre a palma no momento em que for registrada a presença ou sinal da praga. As ações de combate podem impedir o crescimento, infestação e dispersão da população, compreendendo quatro medidas de controle: mecânico, químico, biológico e uso de variedades resistentes (SANTOS et al., 2006).

Uma das medidas de controle da praga, o controle mecânico, consiste na técnica de coleta de fêmeas adultas da palma. SANTOS et al. (2006) afirmam:

*“O controle mecânico em pequenos focos com baixa densidade populacional do inseto consiste em coletar as raquetes infestadas e transportar em sacos para alimentar os animais, uma vez que este inseto é inofensivo ao homem e animais. [...] Em grandes focos, onde se faz necessário medidas mais enérgicas, o recomendado é*

*cutar e dar ao gado, incinerar ou ainda aplicar o tratamento químico. No tratamento químico, a poda das raquetes serve para facilitar as aplicações”.*

O tratamento químico, que consiste na aplicação de substâncias químicas que causam mortalidade no controle de pragas, é uma medida de combate e controle utilizada pelos agricultores, no entanto sabe-se dos efeitos maléficos ao homem e ao meio ambiente. Existem tratamentos específicos para o controle da cochonilha, representados na tabela a seguir, onde se observa o tratamento químico recomendado e suas dosagens.

**Tabela 6** Tratamento químico recomendado para o controle da cochonilha do carmim

<b>Produto comercial</b>	<b>Ingrediente ativo</b>	<b>Unidade</b>	<b>Dosagem utilizada para 20 L de água</b>
Actara 250 WG	Thiamethoxan	G	4
Calypso 480 SC	Thiacloprid	MI	6
Confidor 700 GRDA	Imidacloprid	G	6
Detergente neutro (1%)	Imidacloprid	MI	200
Karate 50 CE	Lambdacyhalothrin	MI	20
Lorsban 480 BR	Clopirifos etil	MI	60
Mospilan 200 PS	Acetamiprid	G	5
Sevin 480 SC	Carbaryl	MI	32

Fonte: CAVALCANTI et al. (2001).

As cochonilhas têm uma casca dura que impede a penetração de inseticidas. Neste caso, a literatura recomenda fazer uso de soluções à base de óleo mineral e sabão que, uma vez grudadas à carapaça, impedem que o inseto respire. Existe ainda, uma série de ações simples recomendadas por Chiacchio (2008), são elas:

- *“Evitar introduzir raquetes ou partes vivas de palma forrageira e de outras cactáceas, provenientes de municípios de estados nordestinos com notificação de ocorrência da cochonilha;*
- *Realizar inspeções semanais nas lavouras de palma, objetivando monitorar a presença ou ausência da praga;*
- *Realizar avaliação de risco de pragas, caso haja necessidade de introduzir material para propagação (raquete-semente) ou para alimentação animal, provenientes de estados com notificação de ocorrência da cochonilha;*
- *Utilizar raquetes-sementes de cultivares ou variedades resistentes (língua de vaca, palma doce ou miúda) à cochonilha, para formação de novas lavouras;*
- *Eradicar compulsoriamente as plantas com suspeita de ataque da cochonilha;*
- *Controlar a cochonilha com pulverizações com sabão em pó a 2 % ou detergente neutro a 5 %”.*

Apesar das recomendações na literatura, o manejo integrado, com ênfase no controle biológico é o método mais indicado para combater a cochonilha na palma forrageira, uma vez que são conhecidos diversos inimigos naturais da praga atuando principalmente no estado de Pernambuco e Alagoas. Os predadores da cochonilha são conhecidos como joaninhas e estão sendo utilizados em programas de controle biológico desenvolvidos pelo IPA e pela EMBRAPA. Uma espécie de joaninha, o *Cryptolaemus montrouzieri* tem se destacado como excelente predador nos testes realizados sob condições controladas.

#### 1.3.4 *Cryptolaemus montrouzieri*

O *Cryptolaemus montrouzieri* Mulsant (Coleoptera: Coccinellidae) é um inseto da família Coccinellidae, sendo popularmente conhecido como “joaninha”. Esse inseto é de origem australiana e no ano de 1892 foi introduzido na Califórnia (EUA) para o controle da cochonilha *Planococcus citri* Risso, 1813 (Homoptera: Pseudococcidae), que estava prejudicando a citricultura. Essas joaninhas são predadoras de insetos-praga como as cochonilhas e pulgões (EMBRAPA, 2011).

O inseto predador é, portanto, uma espécie exótica de importância mundial e possui elevado potencial biótico de reprodução. A sua ação como predadora de pragas traz benefícios ao homem e ao meio ambiente. Sanches et al. (2011) descreveram que a joaninha foi descoberta na Austrália por Alberto Koebele, após verificar que o inseto era predador de todos os estádios da cochonilha-branca.

*“Várias colônias dessa joaninha, conhecida como destruidora de cochonilhas, foram enviadas por Albert Koebele, entre 1891-92, da Austrália à Califórnia, para controlar espécies de cochonilhas atacando citros. Em 1892, tentou-se a sua aclimatação na Califórnia (esta foi considerada a introdução inicial do predador na Califórnia) e, em 1910, na Argélia”* (SANCHES, et al., *Técnica de criação do predador exótico em laboratório*, 2011).

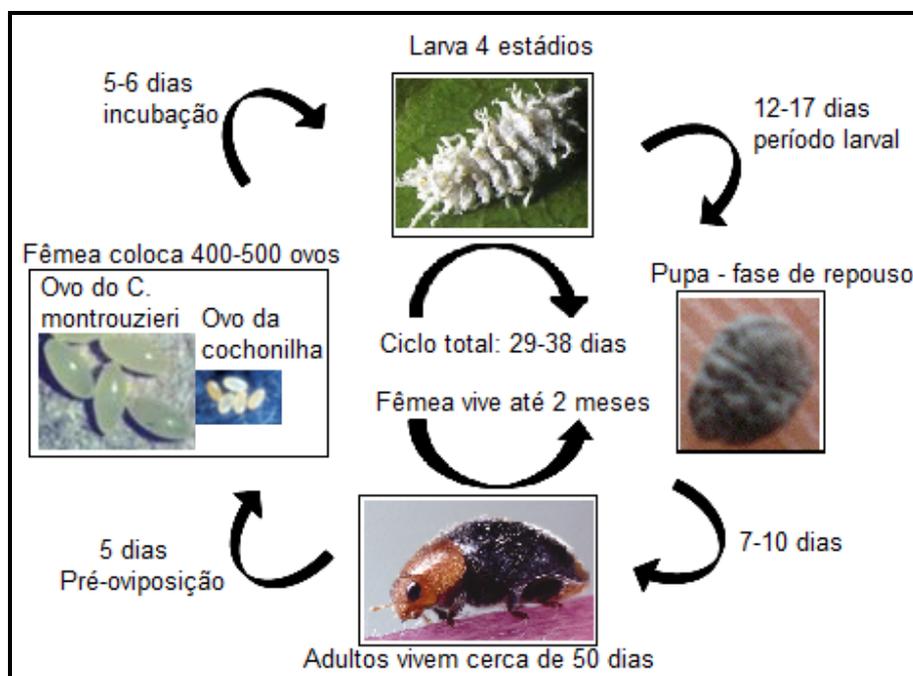
Ainda, segundo Sanches et al. (2011), “existem nos Estados Unidos 37 empresas que produzem massalmente esse predador [...] para o controle de cochonilhas com e sem carapaça”.

Em 1930, o *C. montrouzieri* foi introduzido na Flórida. Gómez Clemente iniciou, nos anos 30, uma criação massal do predador em Burjasot, na Espanha. Desde 1992, a joaninha vem sendo utilizada para o controle de pseudococcídeos e coccídeos em

casas de vegetação, predando as cochonilhas em todas as fases de desenvolvimento, alimentando-se vorazmente (EMBRAPA, 2011).

### 1.3.4.1 Descrição e ciclo de vida

O *C. montrouzieri* possui como característica principal a agilidade na busca por suas presas, principalmente quando a população destas for elevada. O inseto adulto tem a coloração preta no corpo e marrom na cabeça e patas. São pequenos, medindo geralmente, entre 3 e 4 mm de comprimento, com capacidade de voar. A larva do inseto pode ser confundida com a cochonilha-branca por ser branca e coberta de cerosidade, apesar de ser o dobro do tamanho do adulto da praga. A Figura 12 apresenta os dados biológicos referente à joaninha (GRAVENA, 2003).



**Figura 12** Ciclo biológico do *C. montrouzieri*

Fonte: GRAVENA modificado, 2003.

Os ovos possuem a coloração amarelada, com textura cerosa e, são depositados entre colônias de cochonilha, eclodindo em 5 ou 6 dias. Como podem ser observados na figura 12, são aproximadamente dez vezes maiores do que os da cochonilha. Gravena (2003), afirmou sobre o ciclo de vida do *C. montrouzieri*:

“As fêmeas adultas colocam os seus ovos entre os da cochonilha dentro do ovissaco desta. As ninfas eclodem 5 dias após, a 27 °C. Os três estádios larvais duram 12-17 dias e, durante esse período, alimentam-se dos ovos, filhotes recém-nascidos e do líquido açucarado produzido pela cochonilha. O *C. montrouzieri* empupa em fendas e brechas de ramos e galhos das plantas. Os adultos emergem das pupas 7-10 dias depois e vivem até 4 meses”.

A fêmea põe os ovos cerca de quatro dias após a emergência, sendo capaz de ovipositar durante toda a sua vida adulta, cerca de 400 a 500 ovos, os quais são depositados na massa cotonosa produzida pela cochonilha (GRAVENA, 2003).

#### 1.3.4.2 Eficiência de predação

O *C. montrouzieri* apresenta capacidade de predação alta e voraz, podendo voar longas distâncias em busca de alimento. Tanto as larvas como os adultos alimentam-se de todas as fases da cochonilha, embora as larvas jovens e os adultos prefiram os ovos e fases menores da cochonilha. As larvas mais velhas consomem todas as fases da cochonilha (GARDENIN ZONE, 2012).

A larva desse predador pode consumir mais de 250 cochonilhas, com preferência pela cochonilha-branca, por isso a denominação de “superpredador de cochonilha-branca dos citros” (Figura 13). Quando o nível de infestação da praga é baixo, recomendam-se liberações sucessivas do *C. montrouzieri*, pois eles são mais efetivos quando a população de pragas é alta (GRAVENA, 2003).



**Figura 13** *C. montrouzieri* predando a cochonilha

Fonte: (GARDENIN ZONE, 2012).

Garziera et al (2009) realizaram estudo para verificar a eficiência da joaninha australiana, *C. montrouzieri*, no controle da cochonilha-do-carmim. O experimento foi realizado em condições de laboratório (25±2 °C e 55 % UR) com adultos recém-emergidos. Os autores concluíram que, quanto maior o número de ninfas oferecidas maior foi o consumo do predador, o que demonstra que *C. montrouzieri* é um candidato promissor em programas de controle biológico da cochonilha-do-carmim.

Quanto à liberação do *C. montrouzieri* em campo, para combater a cochonilha, GRAVENA (2003) afirma, segundo Llorens (1990) que:

*“a melhor época de soltura ou liberação é na primavera, quando as primeiras fêmeas da praga estão saindo dos esconderijos para iniciar a postura nos seus ovissacos. Conforme a intensidade de infestação na safra anterior, a soltura é efetuada na base de 5-20 adultos por planta infestada. Em áreas nas quais a joaninha não se estabelece, não sobrevivendo de um ano para o outro, é necessário um programa de liberação contínua, todos os anos na primavera, para evitar que os filhotes da praga se alojem sob os cálices das frutas novas. A joaninha é capaz de entrar debaixo das sépalas, buscando as ninfas da cochonilha, em lugares aonde os inseticidas não chegam”.*

O *C. montrouzieri*, apesar de ter sido introduzido pela Embrapa no Brasil em 1998 para fins de controle biológico, por ser uma espécie exótica, são poucas as organizações que disponibilizam para os agricultores esse inseto considerado inimigo natural no controle da praga cochonilha.

Na Califórnia, líder nacional na produção de produtos agropecuários, bem como em outras regiões dos Estados Unidos, a comercialização do *C. montrouzieri* é difundida, mas pouco se sabe sobre a comercialização do inseto no Brasil. Sanches et al (2011) desenvolveram um trabalho sobre técnica de criação do *C. montrouzieri* em laboratório, descrevendo uma metodologia para criação e multiplicação do predador com baixo custo. Em circular técnica da Embrapa os autores afirmam que “a divulgação de novas técnicas de criação massal de insetos benéficos torna-se fundamental para implementação de programas de controle biológico em áreas de agricultura de base ecológica e em processo de transição agroecológica.”

De acordo com o que foi citado anteriormente, o poder de predação desse inseto contribui para a agricultura em nível mundial. Esses insetos, que são inimigos naturais, constituem recurso natural gratuito e renovável, presente em todas as culturas.

### 1.3.5 Modelo e Modelagem

A sociedade atual é tecnológica e globalizada e tem sua força motriz na informação, sendo capaz de transformar rapidamente um conhecimento atualizado em um conhecimento obsoleto. Problemas cotidianos importantes como previsão do tempo, reconhecimento de anomalias em ecossistemas, identificação de pontos estratégicos na propagação de contaminantes em uma cidade, bem como avaliação de impactos da ação humana no meio ambiente requerem um entendimento sólido das ciências naturais (CORREA, 2008; RACCO, 2003).

Segundo Gomes e Ferraciolli (2005):

*“Modelos são análogos estruturais do mundo extremamente úteis no estudo de estruturas naturais, tais como, objetos, fenômenos ou sistemas do mundo real que não podem ser acessados diretamente. Neste contexto, modelar significa construir modelos dessas estruturas com o objetivo de estudá-las sem a necessidade de estar em contato com elas.”*

A necessidade de entender melhor processos ecológicos, como interações tróficas, manejo de recursos renováveis, controle ecológico de pestes, entre outros, despertou desde o século passado o interesse no estudo de modelos na área de ecologia. Tais modelos não reproduzem fielmente a realidade, pois são modelos limitados por simplificações matemáticas e/ou computacionais. No entanto, podem subsidiar significativamente na melhor compreensão de definições e no entendimento como determinados fatores operam em situações naturais complexas (SANTOS, 2009).

De acordo com Messias (2009) e Machado Júnior (2005) o processo de obtenção de um modelo ou de modelagem de situações reais com ferramental matemático é composto por etapas. Biembengut e Hein (*in* MESSIAS, 2009) destacaram as seguintes etapas: **interação**, onde ocorre o envolvimento com a realidade, através de estudo indireto (por meio de livros, revistas, entre outros) ou direto (por meio de experiências em campo); **matematização**, onde ocorre a formulação e resolução do problema e, **modelo matemático**, onde ocorre o “teste” ou validação do modelo obtido com a finalidade de verificar se as respostas são adequadas. Caso o modelo não atenda às necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado na segunda etapa, ajustando-se hipóteses ou variáveis, entre outros (CORREA, 2008).

Para representar os fenômenos observados, a humanidade passou a criar símbolos para serem compartilhados de modo que todos entendessem o significado

das relações, resultando nos modelos matemáticos. Na busca de uma relação mais dominante com a natureza e com os meios de produção, o homem passou a modelar a partir de conhecimentos matemáticos já adquiridos (GOMES & FERRACIOLI, 2005).

A modelagem matemática é utilizada como método científico para desenvolvimento e ampliação em várias áreas de pesquisa, principalmente na indústria e na engenharia. Há sempre a necessidade de buscar novos objetos e relações matemáticas para representar e resolver novas situações. (BASSANEZI, 2002).

Segundo Baptestini (2006):

*“Construir e estudar modelos matemáticos para populações de plantas e animais está ligado à necessidade de entender os diferentes tipos de interações físicas e biológicas que afetam a dinâmica dessas espécies. A grande importância dessa tarefa é clara, pois é preciso entendê-las para controlar tais dinâmicas e intervir quando necessário.”*

A modelagem é conhecida como “método de aproximações sucessivas”, pois consiste em reforçar aproximações sucessivamente para se obter um comportamento desejado. Neste método, novas respostas são instaladas através de processos de aprendizagem por reforçamento positivo, objetivando um comportamento final (VILCARRONERO & JAFELICE, 2009; BASSANEZI, 2002).

A idéia de modelar foi definida por Skinner como a maneira como o homem e o animal chegam a comportamentos mais complexos. Segundo Skinner (2003), “o comportamento é fracionado para facilitar a análise. Estas partes são as unidades a serem consideradas e cujas freqüências desempenham um importante papel na busca das leis do comportamento.” A modelagem pode ser utilizada para comportamentos simples e complexos. Präss (2008) cita a aplicação da modelagem em comportamento complexo para o tratamento de fobias por psiquiatras e o treinamento de neurocirurgião para operar em cirurgias altamente delicadas.

A idéia da modelagem - considerada uma das ferramentas mais importantes na compreensão dos problemas, é, portanto, identificar as características fundamentais do sistema a ser estudado, de maneira a obter um conjunto de regras matemáticas, simples o suficiente para que se possa extrair informação útil delas, mas que ainda descrevam os fenômenos mais importantes associados ao sistema em questão. Essa área de estudos amplia e por vezes corrige os rumos da pesquisa no mundo inteiro (SANTOS, 2009).

As projeções sobre situações como os impactos das mudanças climáticas sobre os animais e as plantas, a expansão de insetos danosos à agricultura e o real

perigo de vírus causadores de doenças, por exemplo, que põem em risco o futuro da humanidade, emergem de uma série de programas de computador e compõem uma área de pesquisa relativamente nova, a modelagem ambiental (VACARI, 2009).

Andrew Townsend Peterson, biólogo norte-americano, define modelagem ambiental como qualquer abstração do mundo natural com a possibilidade de prever eventos com base em princípios gerais. A modelagem ambiental também pode ser definida como uma modelagem computacional que utiliza métodos numéricos, aplicada a situações relativas ao meio natural. Ou seja, criam-se programas que, através de redes de elementos finitos, simulam dispersões de poluentes, dinâmicas hídricas e processos similares (CORREA, 2008).

### **1.3.6 Predação**

A predação pode ser definida como o efeito da interação entre duas populações, resultando em efeitos negativos no crescimento e sobrevivência de uma população e em efeito positivo ou benéfico na outra. Essa relação pode ser considerada como um processo ecológico, um ato comportamental individual ou uma combinação de ambos. Essencial para controle populacional de presas, os predadores apresentam papel importante como regulador ecológico no ambiente (VACARI, 2009; MURRAY, 1990; EDELSTEIN-KESHET, 1987).

Existem várias definições de predação, sendo a mais comum definida como uma relação alimentar em que um ser vivo mata outro com o objetivo de se alimentar. Alguns ecologistas restringem essa relação ao reino animal, mas outros permitem a inclusão de plantas (como presa ou predador). A característica principal dessa definição é que requer a existência de um ato comportamental do predador e a morte da presa. Entretanto, não se pode negar que a interação predador-presa é um dos principais objetos de estudo na Ecologia, pois essa relação é fundamental na cadeia alimentar, independente da definição de predação adotada (SANTOS, 2009).

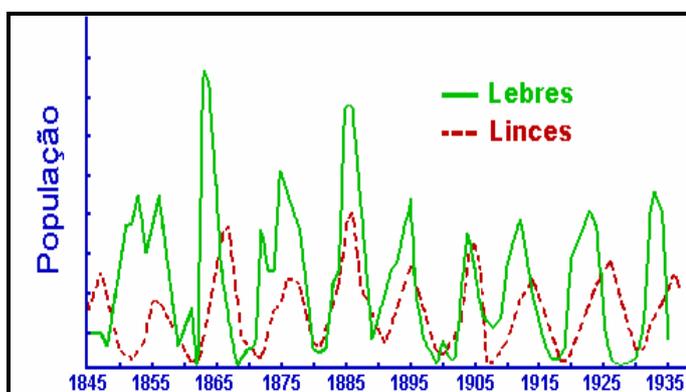
Para reproduzir o comportamento da interação presa-predador de forma dinâmica, a literatura aborda vários tipos de estudo de predação através de modelos matemáticos descrevendo a relação em que uma espécie depende da outra para se alimentar ou reproduzir e sobreviver. Como são modelos, são consideradas hipóteses e suas características com componentes de predação a fim de se reproduzir as relações de modo que estas sejam o mais próximo possível da realidade.

As hipóteses que caracterizam o modelo presa-predador estão descritas a seguir (PEIXOTO et al, 2007):

- as populações de predadores e presas apresentam caráter oscilatório;
- as populações de predadores acompanham os crescimentos e declínios das populações de presas;
- o número de presas aumenta quando o número de predadores é pequeno e diminui quando o número de predadores é grande;
- o número de predadores aumenta quando o número de presas é grande e diminui quando o número de presas é pequeno.

O estudo da dinâmica populacional é importante por configurar a sociedade e seus aspectos econômicos, políticos, ambientais e socioculturais (PIGOZZO, 2005). O fato de possuir características com capacidade de influenciar na organização de uma comunidade bem como de restringir a distribuição de uma população ou a abundância de presas, além de ser uma força de seleção natural que impulsiona a co-evolução faz com que o mecanismo de predação tenha importantes implicações econômicas. No que diz respeito à questão ecológica, o mecanismo de predação e seu modelo podem ser utilizados para representar a interação entre os predadores e presas e a tendência de oscilações (GOMES & FERRACIOLI, 2005).

Um exemplo clássico de predação onde existem oscilações é representado por lincos (predador) e lebres (presa) no Canadá, na região dos Grandes Lagos. O exemplo (Figura 14) mostra a evolução das populações dessas espécies num período de aproximadamente cem anos.



**Figura 14** Ciclos populacionais das lebres (presas) e lincos (predadores) no Canadá (região dos Grandes Lagos)

Fonte: AGUIAR, 2010.

Observa-se que as populações de lincos acompanham os crescimentos e declínios das populações de lebres, o que caracteriza o modelo presa-predador. As oscilações de populações dessas espécies ocorrem um período de cerca de 10 anos. (VILCARROMERO & JAFELICE, 2009).

Existem diferentes tipos de estudo na literatura sobre predação, destacando-se o tipo teórico, o de natureza experimental e as investigações em campo. O estudo do tipo teórico teve sua origem associada à Lotka (1925) e Volterra (1926) e à Nicholson and Bailey (1935), que desenvolveram modelos matemáticos com o objetivo de reproduzir o comportamento dinâmico da interação presa-predador na natureza. O estudo de natureza experimental é caracterizado por criar as interações presa-predador em laboratório, com animais de fácil manipulação. A sua origem está associada à Gause (1934). Os estudos de investigações em campo consistem na observação do comportamento das populações de animais selvagens e suas interpretações podem ser realizadas pelo estudo teórico e/ou de natureza experimental (GOMES & FERRACIOLI, 2005).

Na prática, uma questão importante sobre predação é saber se um determinado predador tem a capacidade de controlar determinada presa e se for possível, saber como e em que condições ocorrem o controle. Segundo Gomes (2006):

*“O controle pode ser feito, evidentemente, levando o sistema presa-predador para um equilíbrio trivial (a presa extingue-se) ou para um equilíbrio estável, em que as duas espécies coexistem. O interesse prático desta questão é evidente, se considerar que certas presas são espécies de insetos que sob certas condições têm explosões populacionais ("booms"), constituindo pragas na agricultura e problemas sanitários graves. O problema é, portanto central para os interessados no controle biológico de pragas.”*

Nos casos em que a presa se constitui uma praga (por exemplo, a cochonilha do carmim, existe a necessidade de se considerar a interação praga-inimigo, onde o predador (por exemplo, o *C. montrouzieri*) será o seu inimigo natural a ser introduzido pelo homem para controle biológico. Todas as espécies têm suas peculiaridades e características marcantes que constituem os componentes de predação. Dessa forma, é importante considerar esses componentes e suas variáveis como taxa de ataque, taxa de mortalidade, crescimento natural, entre outros, de forma que possam ser incorporados aos modelos a serem utilizados nos estudos de predação.

A seguir, será apresentada uma breve análise do modelo clássico Lotka-Volterra, do modelo Lotka-Volterra com competição de presas e do modelo Lotka-Volterra com controle ótimo.

### 1.3.7 Sistemas presa-predador

#### 1.3.7.1 Modelo Lotka-Volterra

O entendimento da dinâmica de sistemas ecológicos avança desde o século XIX até os dias atuais. Lotka (1920), motivado pela descoberta do comportamento periódico em concentrações químicas e Volterra (1926) que propôs um modelo simples para uma espécie na tentativa de explicar a flutuação populacional de um peixe predador no Mar Adriático, contribuíram para a formulação do modelo conhecido hoje como modelo de Lotka-Volterra (PIGOZZO, 2005; BERRYMAN, 1999).

As dinâmicas de interação entre duas espécies são complexas para serem analisadas no meio em que se processam, devido a fatores ambientais diversos (SILVA & TERNES, 2010). Sendo assim, é necessário assumir hipóteses para construção de modelos matemáticos razoáveis. É necessário assumir, por exemplo, que tanto as espécies de presas quanto as de predadores não são afetadas por catástrofes naturais ou outros fenômenos fortuitos que possam ocorrer no meio em que habitam (MULINARI, 2006).

A interação entre duas espécies foi modelada através de um sistema de equações diferenciais não-lineares conhecidas como modelo presa-predador ou modelo de Lotka-Volterra (SABETI, 2007). Essas equações (abaixo) também são úteis para modelar outros tipos de fenômenos.

$$\frac{dx(t)}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \quad (\text{Eq. 1})$$

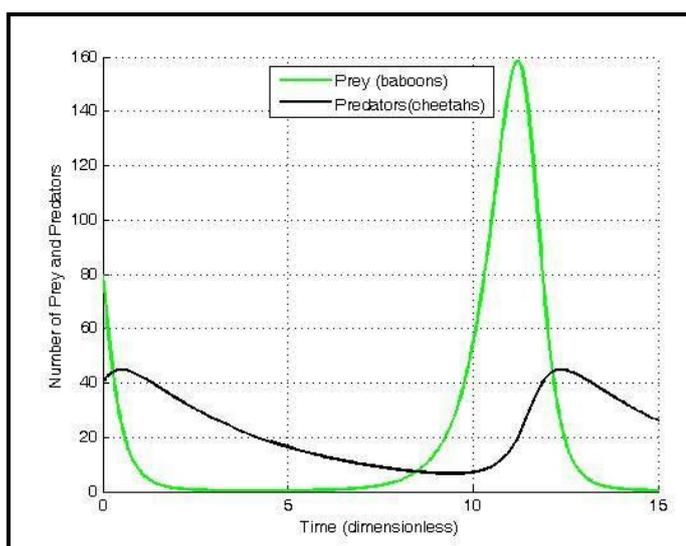
$$\frac{dy(t)}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \quad (\text{Eq. 2})$$

No par de equações apresentado,  $x(t)$  é o número de presas,  $y(t)$  o de predadores. Os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são constantes positivas. O termo  $ax$  na primeira equação corresponde ao crescimento das presas. O termo  $-bxy$  limita essa expansão, pois quanto maior o número  $y$  de predadores, menor será a taxa de crescimento das presas.

O termo  $-cy$  na segunda equação leva a uma extinção exponencial do número de predadores, pois na ausência de presas, os predadores morrem por falta de

alimento. O termo  $dx/y$  representa o crescimento de predadores devido ao encontro com as presas (quanto mais presas existem para serem devoradas, maior será a taxa de crescimento dos predadores). Considerando  $x = c/d$  e  $y = a/b$ , as taxas de crescimento de predadores e presas são nulas e as populações são estáveis (SABETI, 2007; CHAUVET et al., 2002).

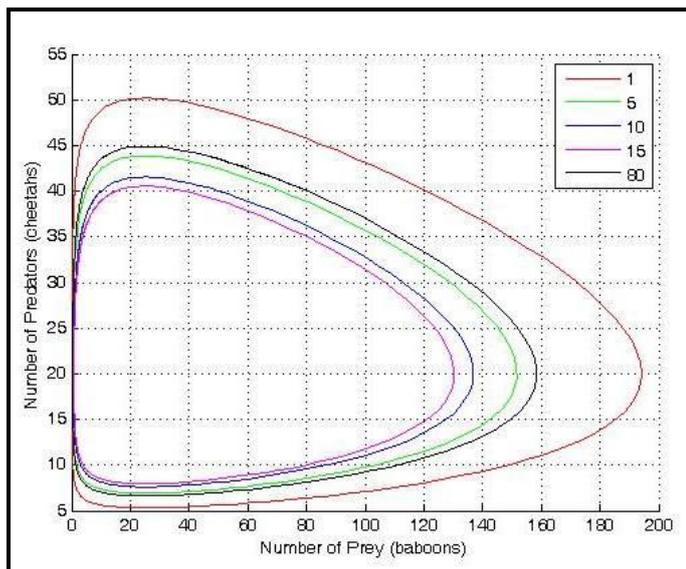
Um exemplo do problema é a evolução de duas espécies, presa e predador, num tempo determinado que é ilustrado na figura a seguir, onde existe uma população inicial de 80 babuínos (presa) e 40 chitas (predador) (LOTKA-VOLTERRA EQUATION, 2011).



**Figura 15** Simulação do número de presas e predadores em relação ao tempo

Fonte: (LOTKA-VOLTERRA EQUATION, 2011).

Os resultados das simulações que correspondem à natureza oscilatória da evolução das populações de presas e predadores também podem ser apresentados no espaço de fase, onde a evolução do sistema é dada sobre um ciclo fechado, como pode ser visualizado na Figura 16. Nesse sistema os ciclos giram em torno de um mesmo ponto (denominado de ponto fixo) no qual as taxas de crescimento se anulam e as populações permanecem fixas (AGUIAR, 2010).



**Figura 16** Evolução do sistema predador-presa no espaço de fase

Fonte: LOTKA-VOLTERRA EQUATION, 2011.

Estes gráficos ilustram o problema que ocorre com o modelo. Em cada ciclo, a população de babuínos é reduzida a números extremamente baixos, à medida que se recupera, enquanto a população de chitas permanece considerável em relação à densidade das presas. Como já foi dito anteriormente, esse modelo apresenta limitações, principalmente porque não considera as restrições ambientais ao crescimento das espécies. A única restrição ao crescimento das presas vem da presença dos predadores, e a única restrição ao crescimento dos predadores é a ausência de presas (GOMES & FERRACIOLI, 2005). Para modificar essa situação, é possível tornar o modelo mais realístico adicionando um termo que representa a competição entre presas, já que essas tendem a crescer de maneira malthusiana, como pode ser visto a seguir.

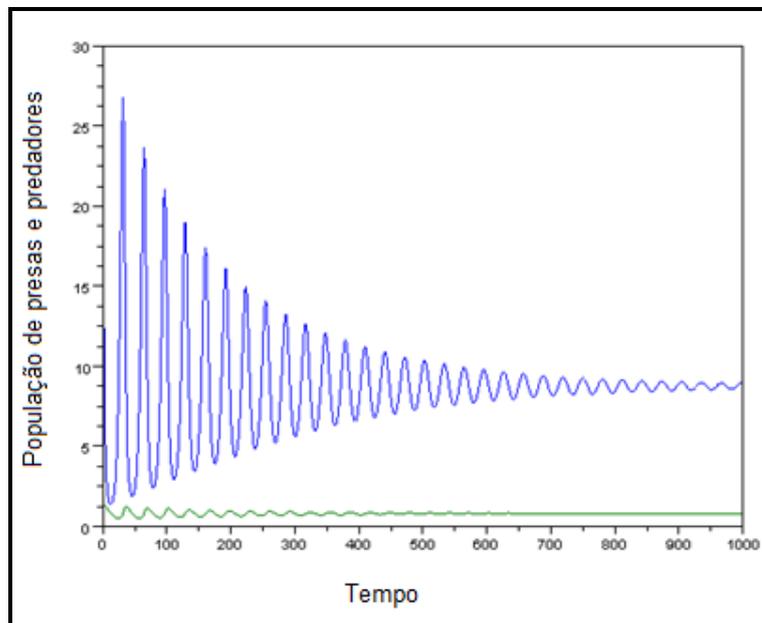
### 1.3.7.2 Modelo Lotka-Volterra com competição de presas

O sistema de equações desse modelo é parecido com o modelo clássico, acrescido do termo  $\gamma$ , que é o coeficiente de competição entre presas, de acordo com o par de equações a seguir.

$$\frac{dx(t)}{dt} = ax(t) - \gamma[x(t)]^2 - bx(t)y(t) \quad (\text{Eq. 3})$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \quad (\text{Eq. 4})$$

O termo  $\gamma$  deve satisfazer a condição de positividade, sendo geralmente atribuído a ele o valor de 0,001. Nesse modelo o sistema tende a estabilizar ao longo do tempo, como pode ser observado na Figura 17.



**Figura 17** Simulação do número de presas e predadores em relação ao tempo usando Equações Lotka-Volterra com competição de presas

O controle de pragas pela introdução de predadores num sistema também pode ser realizado a partir do sistema de equações a seguir.

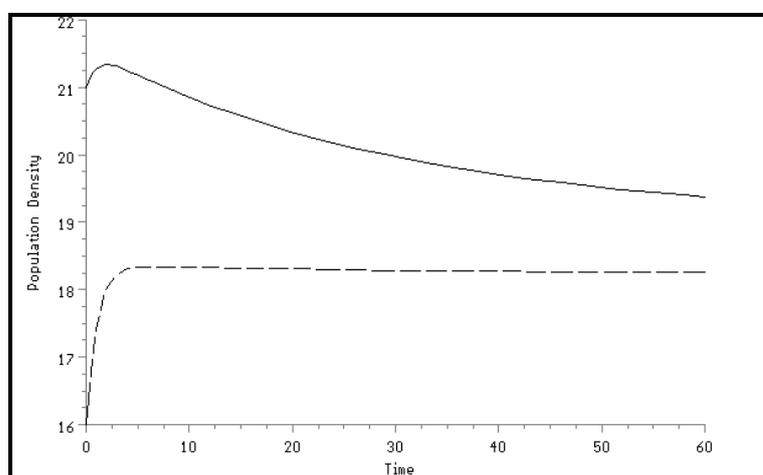
### 1.3.7.3 Modelo Lotka-Volterra com função de controle ótimo

De modo a tornar ainda mais realístico o modelo anterior, esse par de equações incorpora a função de controle representada pelo termo  $U$ .

$$\frac{dx(t)}{dt} = ax(t) - \gamma[x(t)^2] - bx(t)y(t) \quad (\text{Eq. 5})$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) + U \quad (\text{Eq. 6})$$

O termo adicionado à segunda equação representa a introdução de predadores para levar o sistema ao ponto de equilíbrio desejado, garantindo a estabilidade nesse ponto. Dessa forma é possível realizar simulações para o controle ótimo de pragas num sistema qualquer. A Figura 18 representa a variação de populações de presas e predadores ao longo do tempo com o controle ótimo.



**Figura 18** Variação da população de presas e predadores com aplicação de controle ótimo

Fonte: BEVILACQUA et al, 2003.

Esse modelo visa estabelecer o nível de equilíbrio do sistema abaixo do limiar de danos econômicos, sugerindo a quantidade necessária de predadores a serem introduzidos num sistema para o controle biológico.

Foram apresentados acima, três modelos do tipo Lotka-Volterra. No entanto, é importante ressaltar que existe um universo de modelos que também são utilizados para representar as interações de populações. Dentre a gama de modelos de predação existentes destacam-se ainda: o modelo de Nicholson-Bailey (NICHOLSON & BAILEY, 1935), os modelos de resposta funcional - Tipo 1, 2 e 3 e o modelo de resposta numérica (HOLLING, 1959), os modelos no contexto *fuzzy* (lógica nebulosa), os modelos baseados em redes neurais (HAYKIN, 2001).

Diante da variedade de modelos existentes, cabe ao pesquisador, gestor ou tomador de decisão definir o tipo de modelo a ser adotado em seu estudo. O conhecimento das limitações e a disponibilidade de dados acerca do sistema são critérios importantes na decisão de um modelo. Portanto, é primordial o conhecimento do problema a ser tratado e a definição do objetivo do estudo para a escolha do modelo a ser adotado. Vale salientar que a decisão final da escolha de um modelo

depende de vários fatores, não sendo prudente definir se um modelo é melhor do que o outro (PALOMINO-BEAN, et. al, 2006).

## 1.4 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, C. E. **Modelos Populacionais**. Material didático impresso da disciplina Informática para o Ensino de Física. CEDERJ - Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro. 2010.

ALVES, J. J. A. Geoecologia da caatinga no semi-árido do nordeste brasileiro. **Climatologia e Estudos das Paisagens**, 2: 58-71, 2007.

ALVES, J. N.; ARAUJO, G G. L. de; PORTO, E. R.; CASTRO, J. M. da C.; SOUZA, L. C. de. Fenos de erva-sal (*Atriplex nummularia* Lindl.) e palma forrageira (*Opuntia ficus* Mill.) em dietas para caprinos e ovinos. **Rev. Cient. Prod. Anim.**, 9:43-52, 2007.

ARAUJO, A. M. **Interação entre adubação fosfatada e espaçamento no cultivo da palma forrageira (Opuntia ficus-indica (L.) Mill) no estado da Paraíba**. 2009. Dissertação, Universidade Federal de Campina Grande, Paraíba, Brasil, 2009.

BALDINI, E.; ALBERGHINA, O.; BARGIONI, G.; COBIANCHI, D.; LANNINI, B.; TRIBULATO, E.; ZOCCA, A.. Analisi energetiche di alcune colture arboree da frutto. **Riv. Ingegneria Agraria**, 13: 73-201, 1982.

BAPTESTINI, E. M. **Um sistema presa-predador com evasão mediada por feromônio de alarme**. 2006. 67 f. Dissertação, Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, Brasil, 2006.

BARBERA, G. História e importância econômica e agroecologia. In: BARBERA, G.; INGLESE, P. **Agroecologia, cultivos e usos da palma forrageira**. Paraíba: SEBRAE/PB, 2001. p.1-11.

BASSANEZI, C.B. **Ensino –aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BERRYMAN, A. A. **The theoretical foundations of biological control**. University of California: 1999. 424 p.

BEVILACQUA, J. da. S.; RAFIKOV, M.; GUEDES, C. de L. C. **Modelagem em Biomatemática**. Material de minicurso sobre modelagem em biomatemática apresentado no XXVI CNMAC – São José do Rio Preto, Brasil, 2003.

BONFIM, M. (Foto). **Palma utilizada na alimentação de caprinos**. 2004. Disponível em: <<http://www.agripoint.com.br/default.asp?actA=2&noticialD=51651>>. Acesso em: 11 ago 2011.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. 9 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010. 607 p.

CANTWELL, M. Manejo pós-colheita de frutas e verdura de palma forrageira. In: BARBERA, G.; INGLESE, P. **Agroecologia, cultivos e usos da palma forrageira**. Paraíba: SEBRAE/PB, 2001. p.20-27.

CAVALCANTI, V. A. L. B.; SENA, R. C.; COUTINHO, J. L. B.; ARRUDA, G. P.; RODRIGUES, F. B. **Controle das cochonilhas da palma forrageira**. Recife: Empresa Pernambucana de Pesquisa Agropecuária-IPA, 2001. (IPA Responde, 39).

CHAUVET, E. et. al. A Lotka-Volterra Three-species Food Chain. **Mathematics Magazine**. 75(4): 243-255, 2002.

CHACCHIO, F. P. B. Incidência da cochonilha do carmim em palma forrageira. **Bahia Agríc.**, 8:2-14, 2008.

CHACCHIO, F. P. B.; MESQUITA, A. S.; SANTOS, J. R. dos. **Bahia Agríc.**, 7:39-49, 2006.

COCHINEAL (DACTYLOPIUS). Foto. Disponível em: <<http://www.torreypine.org/animals/insects.html>>. Acesso em: 05 set 2011.

CORREA, L. R. B. et al. Efeito de diferentes temperaturas e exigências térmicas da cochonilha-branca *planococcus citri* (RISSO,1813) (*Hemiptera: pseudococcidae*) em cafeeiro. **Arq. Inst. Biol.**, 75(1): 53-58, 2008.

EDELSTEIN-KESHET, L. **Mathematical Models in Biology**. McGraw-Hill, Inc., 1987.

EMBRAPA. **Pesquisa desenvolve tecnologias para o controle da cochonilha-do-carmim**. Disponível em: <<http://www.cpatsa.embrapa.br/cpatsa/imprensa/noticias/pesquisa-desenvolve-tecnologias-para-o-controle-da-cochonilha-do-carmim>>. Acesso em: 11 jan 2011.

FLORES VALDEZ, C. A. Produção, industrialização e comercialização de verdura de palma forrageira. In: BARBERA, G.; INGLESE, P. **Agroecologia, cultivos e usos da palma forrageira**. Paraíba: SEBRAE/PB, 2001. p.94-102.

FLORES-FLORES, V.; TEKELENBURG, A. Produção de coranti dacti (*Dactylopius coccus* Costa). In: BARBERA, G.; INGLESE, P. **Agroecologia, cultivos e usos da palma forrageira**. Paraíba: SEBRAE/PB, 2001. p.169-186.

GARDENIN ZONE. Disponível em: <[http://gardeningzone.com/product\\_info-Cryptolaemus-montrouzieri--100-adults.html](http://gardeningzone.com/product_info-Cryptolaemus-montrouzieri--100-adults.html)>. Acesso em: 04 jan 2012.

GARZIERA, L.; LIMA, M. S. de; LOPES, F. S. C.; SILVA, L. D. da.; PARANHOS, B. J.. A Cochonilha-do-Carmim (*Dactylopius opuntiae*) pode ser controlada por Chrysoperla externa? Publicação online da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, 2009.

GOMES, M. C. 2006. **Introdução aos Modelos Biomatemáticos**. Módulo 4 - Interação entre duas espécies. Disponível em: <<http://webpages.fc.ul.pt/~mcgomes/aulas/biopop/index.html>>. Acesso em: 06 jan 2012.

GOMES, T.; FERRACIOLI, L. A Utilização da Modelagem Computacional Qualitativa no Estudo do Sistema Predador-Presa. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, 13: 1-8, 2005.

GRAVENA, S. Manejo ecológico da cochonilha-branca dos citros, com ênfase no controle biológico pela joaninha *Cryptolaemus montrouzieri*. **Laranja**. 24 (1):71-82, 2003.

GUEDES, C. C. et. al. **Broto de palma - sabor e nutrição: livro de receitas**. Recife: SEBRAE/PE/ FAEPE, 2004. 48p.

GUEDES, C. C. **Culinária com broto de palma**. João Pessoa: Universitária, 2002. 53p.

GUEDES, C. C.. **Festival gastronômico da palma**. Gurjão, PB: SEBRAE/PB, 2004. 1p. (Folder).

HAYKIN, S. **Redes neurais: princípios e prática**. trad. Paulo Martins Engel. - 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

HOLLING, C.S. 1959. Some characteristics of simple types of predation and parasitism. **Can. Entomol.** 91: 385-398.

INGLESE, P. Plantação e manejo do pomar. In: BARBERA, G.; INGLESE, P. **Agroecologia, cultivos e usos da palma forrageira**. Paraíba: SEBRAE/PB, 2001. p.79-93.

LLORENS, J.M. Homoptera I – Cochinillas de los cítricos y su control biológico. Pisa Ediciones. **Valencia, Espanha**, 1990. 260p.

LOPES, E. B. **Cochonilha-do-carmim (*Dactylopius coccus*, COSTA)**: uma nova praga no Cariri Paraibano. Lagoa Seca: EMEPA, 2001. Relatório Técnico-Fitossanitário.

LOPES, E. B. **Palma forrageira: cultivo, uso atual e perspectivas de utilização no semiárido nordestino**. João Pessoa: EMEPA/FAEPA, 2007. 130p.

LOPES, E. B.; ALBUQUERQUE, I. C. de; BRITO, C. H. de; BATISTA, J. de L. Velocidade de infestação e dispersão de *Dactylopius opuntiae* Cockerell, 1896 em palma gigante na Paraíba. **Engenharia Ambiental**, Espírito Santo do Pinhal, 6, n.1:196-205, jan./abr., 2009.

LOTKA-VOLTERRA EQUATION. Disponível em:  
<[http://en.wikipedia.org/wiki/Lotka%E2%80%93Volterra\\_equation](http://en.wikipedia.org/wiki/Lotka%E2%80%93Volterra_equation)>. Acesso em: 10 ago 2011.

MACHADO JÚNIOR, A. G. **Modelagem matemática no ensino-aprendizagem: ação e resultados**. 2005. 142 p. Dissertação. Universidade Federal do Pará, Pará, Brasil, 2005.

MAIA NETO, A. L. **Cultivo e utilização da palma forrageira (*Opuntia ficus-indica* Mill. e *Nopalea cochenillifera* Salm Dyck) para produção de leite no semi-árido nordestino**. 2000. 40 f. Monografia, Universidade Federal da Bahia, Bahia, Brasil, 2000.

MEDEIROS, Y. D. P. Análise dos impactos das mudanças climáticas em região semi-árida. **Rev. Bras. Rec. Híd.**, 8:127-136, 2003.

MESSIAS, S. F. **Uma atividade de modelagem matemática na sala de aula: o problema da obesidade na adolescência**. Artigo apresentado à Secretaria de da Educação, Paraná, Brasil, 2009.

MULINARI, M. H. **A Utilização da Modelagem Computacional Como Estratégia de Análise de Ecossistemas Manguezais**. 2006. Monografia, Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, Brasil, 2006.

MURRAY, J. **Mathematical Biology**, Berlin, Springer, 1990.

NICHOLSON, A. J.; BAILEY, V. A. The balance of animal populations. Part I. **Proc. Zoo. Soc.** London (1935), 551-598.

PALOMINO-BEAN, et. al. Coexistência de espécies em sistemas presa-predador com *switching*. **Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, 7(2): 317-326, 2006.

PASSOS, B. Palma miúda. **Blog zootecnia é 10 – Nutrição animal, Melhoramento genético, Produção animal**. Disponível em: <<http://zootecniae10.blogspot.com/2010/11/palma-miuda.html>>. Acesso em: 22 mar 2011.

PEIXOTO, M. S.; BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. Uma abordagem *fuzzy* para um modelo presa-predador acoplado ao parasitismo. **TEMA Tend. Mat. Apl. Comput.**, 8(1): 119-128, 2007.

PETTER, I. C. **Controle biológico com Coleoptera: Coccinellidae das cochonilhas (Homoptera: Diaspididae, Dactylopiidae), pragas da “palma forrageira”**. 2010. Relatório de estágio de conclusão de curso, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil, 2010.

PIGOZZO, A. B. Dinâmica populacional de modelo predador-presa competidor submetido a cotas relativas de pesca com uso de planilha eletrônica. **XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física**, 2005.

PIMIENTA, B. E. **El nopal tunero**. México: Univ.de Guadalajara, 1990.

PRÄSS, A. R. **Teorias de aprendizagem**. Monografia. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil, 2008.

RACCO, A. **Modelos computacionais para dinâmica de populações reais**. 2003. 77 f. Tese, Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, Brasil, 2003.

SABETI, M. **Soluções de Ondas Viajantes em um Sistema Difusivo Predador-Presa Não Local**. 2007. 106 f. Dissertação, Universidade Federal do Paraná, Paraná, Brasil, 2007.

SÁENZ-HERNÁNDEZ, D. Fabricação de alimentos e obtenção de subprodutos. In: BARBERA, G.; INGLESE, P. Agroecologia, cultivos e usos da palma forrageira. Paraíba: SEBRAE/PB, 2001. p.140-146.

SALCEDO, I.H. Fertilidade do solo e agricultura de subsistência: desafios para o semi-árido nordestino. Fertbio 2004, **Soc. Bras. Ci. Solo**, Lajes, SC, CD-ROM, 2004.

SANCHES, N. F. et. al., **Técnica de criação do predador exótico em laboratório *Cryptolaemus montrouzieri* Mulsant (COL.: COCCINELLIDAE)**. Cruz das Almas: Embrapa Mandioca e Fruticultura, 2002. Circular técnica 47. Disponível em:

<<http://www.zoonews.com.br/noticias2/noticia.php?idnoticia=35331>>. Acesso em: 18 mai 2011.

SANTOS, D. C. dos; FARIAS, I.; LIRA, M. de A.; SANTOS, M. C. F. dos; AARRUDA, G. P. de; COELHO, R. S. B.; DIAS, F. M.; M. J. M. de. **Manejo e utilização da palma forrageira (*Opuntia e Nopalea*) em Pernambuco**. Recife: IPA, 2006. 48p. (IPA. Documentos, 30).

SANTOS, V. de J. **Simulações computacionais em sistemas presa-predador**. 2009. 85 f. Monografia, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Bahia, Brasil, 2009.

SCHIMIDT-HEBBEL, H.; PENNACCHIOTTI, I. **Tabla de composición química de alimentos chilenos**. 7 ed. Santiago/Chile: Editoreal Universitaria, 1985.

SEBRAE. **Agroecologia, cultivo e usos da palma forrageira**. SEBRAE/PB, versão em língua Portuguesa, 2001.

SHEINVAR, L. Taxonomia das opuntias utilizadas. BARBERA, G; INGLESE, P. **Agroecologia, cultivos e usos da palma forrageira**. Paraíba: SEBRAE/PB, 2001. p. 20-27.

SILVA, R. de O.; TERNES, S. **Uso de software livre para modelagem matemática e simulação**. VI Mostra de estagiários e bolsistas 2010, Embrapa Informática Agropecuária, 2010.

SKINNER, B. F. **Ciência e comportamento humano**. 11.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003. 489p.

SODI, P. E. Las cactaceas en la epoca precolombiana y virreynal. **Ca. Y Suc. Mex.** México,12, 1964.

SOUZA, R. A. de.; SILVA, G. C. S.; SILVA, F. K. da.; SILVA, E. A. da. **Teoria Qualitativa de EDO's Aplicada aos Modelos de Lotka-Volterra e do Pêndulo Não-Linear**. Anais do II Simpósio de Matemática e Matemática Industrial, 1:9-24, Goiás, Brasil, 2010.

VACARI, A. M. **Caracterização biológico-comportamental de *Podisus nigrispinus* (DALLAS, 1851) predando *Plutella xylostella* (L., 1758)**. 2009. 114 f. Tese, Universidade Estadual Paulista "Julio De Mesquita Filho" - Faculdade De Ciências Agrárias e Veterinárias, São Paulo, Brasil, 2009.

VASCONCELOS, A. G. V. de.; LIRA, M. de A.; CAVALCANTI, V. L. B.; SANTOS, M. V. F. dos.; WILLADINO, L. Seleção de clones de palma forrageira resistentes à cochonilha-do-carmim (*Dactylopius* sp). **R. Bras. Zootec.**, 38:827-831, 2009.

VILCARROMERO, A.C.S.; JAFELICE, R. S. M.. **Uma abordagem computacional no estudo de preá-predador para ácaros da cultura da mandioca.** "In: II Simpósio Regional de Matemática e suas Aplicações de Ilha Solteira-II SRMAIS, 2009, Ilha Solteira. Anais do II SRMAIS, 25 a 27 de agosto de 2009".

WANDERLEY, W. L.; FERREIRA, M. de A.; ANDRADE, D. K. B. de; VÉRAS, A. S. C.; FARIAS, I.; LIMA, L. E. de; DIAS, A. M. de A.. Palma Forrageira (*Opuntia ficus indica* Mill) em Substituição à Silagem de Sorgo (*Sorghum bicolor* (L.) Moench) na Alimentação de Vacas Leiteiras. **Rev. Bras. Zootec.**, 31:273-281, 2002.

# CAPÍTULO II

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO POPULACIONAL DAS ESPÉCIES**

***CRYPTOLAEMUS MONTROUZIERI* E *DACTYLOPIUS OPUNTIAE* USANDO**

**MODELO LOTKA-VOLTERRA**

**Manuscrito submetido para publicação na Revista  
Pesquisa Agropecuária Brasileira**

**Estudo do comportamento populacional das espécies *Cryptolaemus montrouzieri* e *Dactylopius opuntiae* usando modelo Lotka-Volterra**

Mirella Renata de Lira Freire <sup>(1)</sup>, Antonio Mendes da Silva Filho <sup>(1)</sup> e Emerson Alexandre de Oliveira Lima <sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup>Universidade Católica de Pernambuco, CEP 50050-900 Recife, PE. E-mail: mirellarlf@hotmail.com, amsf@unicap.br, emerson@dei.unicap.br

Resumo – Neste artigo aplicamos o modelo de Lotka-Volterra no estudo da população da cochonilha do carmim (*Dactylopius opuntiae*) quando na presença de seu predador, a Joaninha (*Cryptolaemus montrouzieri*). Para efetuar testes e avaliar qualitativamente a adequabilidade do modelo, utilizou-se programa que implementa o método de Runge Kutta de quarta ordem fazendo uso do ambiente Scilab. Os resultados obtidos indicam a adequabilidade do modelo nos cenários investigados. Discussões adicionais sobre os resultados preliminares obtidos e propostas de generalização do modelo são apresentadas.

Termos para indexação: controle populacional, modelo predador-presa, equações diferenciais aplicadas.

**Study of the behavior of the species population *Cryptolaemus montrouzieri* and *Dactylopius opuntiae* using Lotka-Volterra model**

Abstract – This paper reports the use of Lotka-Volterra (LV) model to investigate the population evolution dynamics of prey within the presence of predator, cochonilha do carmim (*Dactylopius opuntiae*) and Joaninha (*Cryptolaemus montrouzieri*), respectively. To carry out simulations and qualitatively evaluate the suitability of this model, we have implemented the 4th order Runge Kutta method to obtain the numerical

solution for the problem at hand. The achieved results point out the suitability of the LV model to address the scenarios being investigated. Further discussion about the results obtained so far and generalization of the model are presented.

Index terms – population control, predator-prey model, applied differential equations.

A palma forrageira é uma cactácea de potencial produtivo utilizada para alimentação do gado leiteiro no semi-árido nordestino e tem se adaptado bem à região, que apresenta solos pobres em água, associados às altas temperaturas. Apesar de resistente, a palma é susceptível às doenças e ao ataque de pragas. A *Dactylopius opuntiae*, comumente conhecida como cochonilha-do-carmim, é uma praga de origem mexicana que vem atingindo a palma de forma agressiva, causando destruição de todo o cultivo rapidamente, o que resulta em prejuízos para os produtores e põe em risco a produção de leite, que é a principal economia local (LOPES et al., 2009b). O cultivo de palma em Pernambuco compreende aproximadamente 130 mil hectares dos 600 mil hectares cultivados com palma no Nordeste, sendo que nas áreas afetadas pela cochonilha, a mortalidade de palmas chega a 100 % (LOPES et al., 2009a).

Diante do exposto, verifica-se a necessidade de prover suporte para uma cultura sustentável da palma forrageira, essencial para o gado leiteiro. Para fins de controle de pragas, o uso de agrotóxicos é o meio mais comum por ser eficaz e de fácil aplicação e manuseio. No entanto, esses produtos químicos acarretam problemas ambientais e danos à saúde humana e animal. Ao contrário dos agrotóxicos, o controle biológico de pragas é uma alternativa que consiste na manipulação de inimigos naturais para controlar pragas que atacam lavouras, com a vantagem de diminuir os efeitos negativos sobre a saúde e o meio ambiente.

O controle biológico clássico da cochonilha em testes experimentais realizados pela Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa) demonstrou que o *Cryptolaemus montrouzieri*, inseto de origem australiana, é predador eficiente no controle da cochonilha-do-carmim. Um adulto de *C. montrouzieri* pode consumir entre 300 e 350 ninfas da praga, por dia (EMBRAPA, 2011).

No caso específico do controle da cochonilha pelo *C. montrouzieri*, normalmente recomenda-se a liberação do predador logo após o início da infestação da praga, pois o mesmo irá impedir o aumento da densidade de população das presas e garantir sua presença no ambiente por mais tempo. Para introduzir um agente biológico, é necessário antever a quantidade necessária para combater a praga de tal forma que a inserção do agente biológico, aconteça de maneira responsável. Nesse caso, alternativas de solução compreendem o uso de modelos para tratar da dinâmica entre as espécies, como por exemplo, os Modelos Baseados no Indivíduo, lógica *fuzzy*, redes neurais, autômatos celulares e Lotka-Volterra (GIACOMINI, 2007).

Dentre esses modelos, destaca-se o modelo presa-predador de Lotka-Volterra (LV). Neste modelo, pressupõe-se que a população de presas aumenta a uma taxa proporcional à população atual na ausência do predador e que o predador é extinto na ausência de presa. Também se supõe neste modelo que o número de encontros entre predador e presa é proporcional ao tamanho de cada uma dessas populações, sendo que cada um desses encontros tende a promover o crescimento da população de predadores e a inibir o crescimento da população de presas (PEIXOTO et al., 2004).

Matematicamente, as equações de Lotka-Volterra são modeladas como um sistema acoplado de equações diferenciais não-lineares de primeira ordem descritas por:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - bxy \\ \frac{dy}{dt} = -cy + dxy \end{cases}$$

No sistema de equações acima,  $x(t)$  e  $y(t)$  representam, respectivamente, a população das presas e a população do predador, ambas em função do tempo. O termo  $a$  refere-se ao fator de crescimento da presa na ausência do predador e o termo  $c$  ao fator de decréscimo da população do predador quando não houver presas presentes. Os termos  $b$  e  $d$  referem-se, respectivamente, aos fatores de decréscimo da população da presa e crescimento da população do predador devido ao encontro entre ambos. Uma vez estabelecidos os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , este modelo permite determinar a evolução de ambas as populações ao longo do tempo.

Para realizar simulação com a finalidade de se obter o número de predadores necessários para controlar a quantidade de presas existentes numa determinada área, são necessários os dados: populações iniciais de presas ( $x_0$ ) e predadores ( $y_0$ ), taxa de crescimento natural da presa na ausência de predadores ( $a$ ), taxa do efeito da predação sobre a presa ( $b$ ), taxa da morte natural do predador na ausência de presa ( $c$ ) e a taxa de eficiência do predador na presença de presa ( $d$ ). No caso em questão - cochonilha como praga e *C. montrouzieri* como predador - existe a necessidade de se obter dados relativos ao ciclo biológico e taxas de predação desses insetos.

Estudos sobre a eficiência, taxas de predação e consumo de cochonilhas pelo predador *C. montrouzieri* têm sido desenvolvidos a fim de se obter informações necessárias para o controle biológico. Garziera et al. (2008) realizaram experimento em laboratório para verificar a eficiência do *C. montrouzieri* predando ninfas migrantes de *D. opuntiae*. Verificou-se que o consumo foi menor nos primeiros dias, aumentando posteriormente. Também se constatou que o consumo foi maior quando a população de

cochonilhas era maior, indicando que o predador tenha um estímulo maior de consumo em altas populações da praga e que esse inseto pode ser um predador eficiente da cochonilha.

Baseado nos resultados sobre a eficiência de predação da *C. montrouzieri* sobre *D. opuntiae* em laboratório, foram conduzidos experimentos de eficiência predatória em condições de semi-campo, mas diferente dos estudos anteriores, os resultados revelaram baixa predação e alta mortalidade dos predadores em sete dias, revelando que o *C. montrouzieri* não se mostrou bom predador para combater a cochonilha do carmim (PETTER, 2010).

Em 2009, Silva et al. avaliaram a capacidade de predação da *C. montrouzieri* em função da densidade de ninfas de primeiro instar de *D. opuntiae*. Semelhante ao estudo realizado por Garziera et al. (2008), a taxa de consumo foi menor nos primeiros dias, aumentando nos dias subseqüentes. A taxa de predação se manteve constante a partir do quarto dia e acima de 80 %. Também foi observado alto índice de predação com maior densidade de presa, apresentando boa resposta funcional.

Neste trabalho, fizemos simulações dos resultados comportamentais na população da *D. opuntiae* e do *C. montrouzieri* visando o estudo da interação entre esses. Os fatores utilizados foram: 76 % (GARZIERA et al., 2008) e 80 % (SILVA et al., 2009), que representam respectivamente o decréscimo da população da presa e o crescimento da população do predador considerando o encontro entre elas.

Para a realização das simulações, foram estimados os fatores de crescimento da presa na ausência do predador (60 %) e de decréscimo da população do predador na ausência de presas (20 % e 70 %). Para efetuar testes e avaliar qualitativamente a adequabilidade do modelo, foi desenvolvido um programa que implementa o método de

Runge Kutta (ZAMBONI et al., 2007) de quarta ordem fazendo uso do ambiente Scilab. Os resultados são descritos a seguir.

Foram consideradas as proporções de 10:1 e de 25:1 para as populações iniciais de presas e predadores, respectivamente. A figura 1 mostra a evolução da população de presas e predadores para os valores iniciais da proporção entre ambas as populações.

As linhas pontilhadas e contínua presentes na figura 1 representam, respectivamente, as populações do predador e da presa. Observa-se que a população de predadores sempre acompanha a população de presas, ou seja, quando a população de presas começa a crescer exponencialmente, a população de predadores cresce rapidamente fazendo que a população de presas se reduza novamente. Em seguida, com menos presas disponíveis, a população de predadores diminui. Esse comportamento ocorre devido à característica de periodicidade no aumento e decréscimo de populações de predadores e presas.

É importante destacar que os únicos parâmetros presentes no modelo Lotka-Volterra são a taxa de reprodução das presas, a taxa de mortalidade dos predadores, a probabilidade de que um encontro seja mortal para uma presa e a taxa de reprodução dos predadores dado ao encontro entre ambos (PEIXOTO et al., 2004). Observou-se que nos casos em que as populações iniciais foram de 25 espécies da presa para 01 espécie do predador (Figura 1B e 1D), o gráfico apresentou valores negativos, bem como na figura 1A, em que a proporção presa-predador foi 10:1, com taxa de mortalidade do predador de 20 %.

Observa-se que a taxa de decréscimo na população de predadores pode levar a possível extinção da espécie. Essa observação, entretanto, não deve ser considerada conclusiva. Isso se justifica devido ao fato de que, com base nos dados levantados para diversos cenários, este modelo captura e descreve de maneira limitada a situação real, já que o modelo não incorpora elementos adicionais, como vento, variações de

temperatura, umidade relativa do ar, índice pluviométrico ou até mesmo o efeito *switching* do predador. No entanto, os ciclos regulares desse modelo são úteis porque há a possibilidade de investigar e buscar obter, de modo antecipado, as variações no quantitativo populacional de espécies. Essa informação pode ser utilizada para sugestão de valores para controle biológico e monitoramento da dinâmica populacional de espécies.

Destacamos que o modelo de predação de Lotka-Volterra não é complexo o suficiente para descrever a totalidade dos cenários reais possíveis fornecendo, contudo, uma compreensão mais profunda das comunidades ecológicas, com potencial para aplicações práticas, tais como controle de pragas.

Nesse trabalho utilizamos o modelo Lotka-Volterra para investigar a dinâmica populacional das espécies estudadas e, a partir das experimentações, obter valores da população de predadores (*Cryptolaemus montrouzieri*) que podem ser sugeridos para o controle biológico de espécies como a presa *Dactylopius opuntiae* (Cochonilha-do-carmim) usada neste estudo. Observamos que o uso do modelo não apenas possibilita sugerir a população de predadores para interagir com a espécie presa numa relação trófica, como também permite o monitoramento da conformidade da evolução populacional das espécies estudadas, o qual é ainda objeto de nossa investigação. Como trabalhos futuros, planeja-se a comparação dos resultados obtidos com uso de modelos baseados em lógica fuzzy e redes neurais.

### Referências

EMBRAPA. Pesquisa da Embrapa Semi-Árido avalia novas variedades de palma. Disponível em: < <http://www.cpatsa.embrapa.br:8080/noticias/noticia57.htm>>. Acesso em: 07 jun 2011.

GARZIERA, L.; LIMA, M. S. de; LOPES, F. S. C.; SILVA, L. D. da; PARANHOS, B. A. J. Eficiência de *Cryptolaemus montrouzieri* (Mulsant) (Coleoptera: Coccinellidae) na predação da cochonilha-do-carmim (*Dactylopius opuntiae*). In: JORNADA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA EMBRAPA SEMI-ÁRIDO, 3, 2008, Petrolina. Anais. Petrolina: Embrapa Semi-Árido, 2008.

GIACOMINI, H. C. Sete motivações teóricas para o uso da modelagem baseada no indivíduo em ecologia. *Acta Amazônica*. 37(3): 431-446, 2007.

LOPES, E. B.; ALBUQUERQUE, I. C. de; BRITO, C. H. de; BATISTA, J. de L. Desempenho do óleo de laranja no controle da cochonilha-do-carmim em palma gigante. *Engenharia Ambiental, Espírito Santo do Pinhal*, 6, n.1:252-258, jan./abr., 2009a.

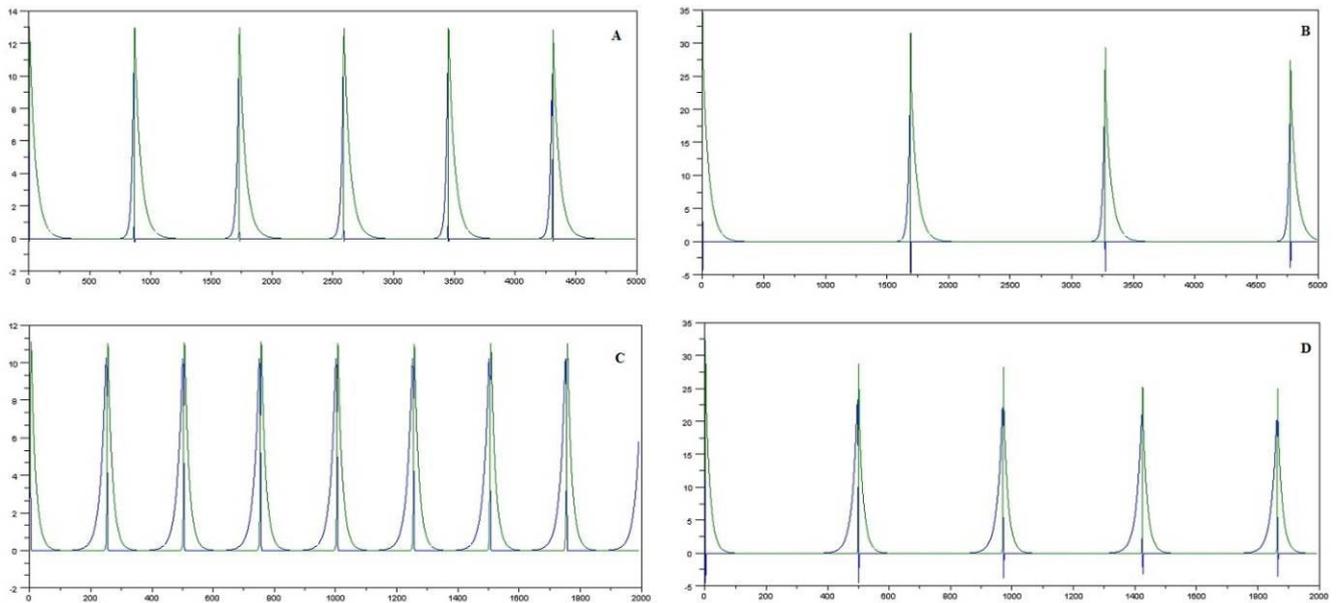
LOPES, E. B.; ALBUQUERQUE, I. C. de; BRITO, C. H. de; BATISTA, J. de L. Velocidade de infestação e dispersão de *Dactylopius opuntiae* Cockerell, 1896 em palma gigante na Paraíba. *Engenharia Ambiental, Espírito Santo do Pinhal*, 6, n.1:196-205, jan./abr., 2009b.

PEIXOTO, M. S.; BARROS, L. C.; BASSANEZI, R. C. Um modelo fuzzy presa-predador em citros: pulgões e joaninhas. *Biomatemática*. 14: 29-38, 2004.

PETTER, D. I. Controle biológico com Coleoptera: Coccinellidae das cochonilhas (Homoptera: Diaspididae, Dactylopiidae), pragas da “palma forrageira”. 2010. Relatório de estágio de conclusão de curso. Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil, 2010.

SILVA, L. D. da; CASTRO, R. M. de; LIMA, M. S. de; SIQUEIRA, M. C.; SOARES, F. C. L.; GARZIERA, L.; PARANHOS, B. A. J.; SANCHES, N. F. Predação de ninfas de *Dactylopius opuntiae* (Cockerell) (Hemiptera: Dactylopiidae) por adultos de *Cryptolaemus montrouzieri* (Coleoptera: Coccinellidae). In: SIMPÓSIO DE CONTROLE BIOLÓGICO, 11, 2009. Bento Gonçalves. Tecnologia e conservação ambiental: Resumos. Bento Gonçalves: Sociedade Entomológica do Brasil: IRGA: UNISINOS: FIOCRUZ, 2009.

ZAMBONI, L.C.; PAMBOUKIAN, S. V. D.; BARROS, E. A. R. Algoritmo de Runge-Kutta: Desenvolvendo Classes para o Reúso na Engenharia. ICECE: International Conference on Engineering and Computer Education, 2007.



**Figura 1.** A - Comportamento das populações de presas e predadores considerando a proporção 10:1 e taxa de decréscimo da população de predadores na ausência de presas = 20 %; B - Comportamento das populações de presas e predadores considerando a proporção 25:1 e taxa de decréscimo da população de predadores na ausência de presas = 20 %; C - Comportamento das populações de presas e predadores considerando a proporção 10:1 e taxa de decréscimo da população de predadores na ausência de presas = 70 %; D - Comportamento das populações de presas e predadores considerando a proporção 25:1 e taxa de decréscimo da população de predadores na ausência de presas = 70 %.

# CAPÍTULO III

**DINÂMICA POPULACIONAL DAS ESPÉCIES *CRYPTOLAEMUS*  
*MONTROUZIERI* E *DACTYLOPIUS OPUNTIAE* USANDO MODELOS LOTKA-  
VOLTERRA E VARIANTES**

**Manuscrito submetido para publicação na Revista  
Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**

## **Dinâmica populacional das espécies *Cryptolaemus montrouzieri* e *Dactylopius opuntiae* usando modelos Lotka-Volterra e variantes**

**Resumo:** A cochonilha-do-carmim (*Dactylopius opuntiae*) é uma praga que tem provocado a morte da palma forrageira no semiárido nordestino, resultando em danos ambientais, sociais e econômicos à região. Para lidar com este problema, uma possível solução é o controle biológico com a inserção de um inimigo natural. Experimentos têm sido realizados pela Embrapa através da introdução do inseto *Cryptolaemus montrouzieri* visando combater essa praga. Contudo, a introdução de um predador deve ocorrer de modo racional para evitar que a predação não aconteça de maneira descontrolada. Neste sentido, este artigo relata pesquisa do uso dos modelos de Lotka-Volterra, Lotka-Volterra com competição e Lotka-Volterra com o controle ótimo objetivando avaliar o padrão da dinâmica populacional das espécies *Dactylopius opuntiae* (presa) e *Cryptolaemus montrouzieri* (predador). Os resultados da modelagem e simulações com esses modelos sugerem quantidades de predadores a serem introduzidas no ambiente para um conjunto de cenários com diferentes populações da praga. Estes resultados podem ser utilizados por gestores no momento de decidir a quantidade confiável de predadores a ser usada para combater infestação de uma praga.

**Palavras-chave:** modelos predador-presa, modelagem, controle biológico

### **Population dynamics for *Cryptolaemus montrouzieri* e *Dactylopius opuntiae* using the basic Lotka-Volterra model and its variants**

**Abstract:** The carmine cochineal (*Dactylopius opuntiae*) is a pest that has infested a large area in the semiarid region of the Northeast Brazil where the cactus pear has been used as a base of supply for ruminants. As a result, environmental damages as well as social and economic losses have occurred. To cope with problem, an envisaged solution is the introduction of a natural enemy of the pest (the prey) which would work as a predator. The Brazilian Institute of Agricultural Research (EMBRAPA) has been carrying out experiments by introducing a kind of ladybug (*Cryptolaemus montrouzieri*) aiming at reducing the amount of the pest. Nevertheless, the introduction of a predator must be made in a well planned fashion to avoid undesirable consequences. In that sense, this paper reports the research we have done by using the basic Lotka-Volterra (LV) model, LV competition model and LV model with optimal control strategy aiming at evaluating the population dynamics for predator(*Cryptolaemus montrouzieri*) and prey (*Dactylopius opuntiae*). Results of work by applying these models have been encouraging and have suggested the population of predators (*Cryptolaemus montrouzieri*) to be introduced within a set of different pest population (*Dactylopius opuntiae*). Such results can be used by people in charge of making decision about the reliable number of predators to reduce the prey's per capita growth rate of prey and thus avoid pest infestation.

**Key words:** predator-prey models, modeling, biological control

## INTRODUÇÃO

O corante natural do carmim tem seu uso difundido em todo o mundo, sendo mais utilizado na indústria alimentícia, onde as principais aplicações são em laticínios, doces, geléias, sorvetes e bebidas alcoólicas. Esse corante é extraído de um inseto conhecido como cochonilha do carmim (*Dactylopius opuntiae*). Esta espécie foi introduzida no Brasil, mais especificamente no sertão pernambucano, como uma alternativa para gerar renda ao sertanejo por meio da coleta dos insetos (Lopes et al, 2009). Entretanto, o que deveria ser uma solução acabou resultando num problema. A população de cochonilhas cresceu desordenadamente, tornando-se praga nos estados de Alagoas, Pernambuco, Ceará, Paraíba e Rio Grande do Norte, onde o inseto tem atacado as áreas de cultivo, causando a morte da palma forrageira. Essa, por sua vez, é uma cactácea adaptada às altas temperaturas, ao regime irregular de chuvas e às condições do solo do sertão, sendo utilizada como fonte de alimentação para rebanhos, principalmente nos períodos de seca (Chiacchio, 2008; Alves, 2007).

Em Pernambuco, a cochonilha já atingiu cerca de 150 mil hectares, causando aos agricultores, prejuízos estimados em R\$ 500 milhões. Em consequência, agricultores se desfazem dos rebanhos, têm migrado para diferentes regiões e outros aumentam o uso da vegetação nativa para novos plantios da palma, que tem causado a degradação da Caatinga. Nota-se que, além de prejuízos econômicos, a cochonilha tem causado problemas sociais e ambientais no semiárido nordestino (EMBRAPA, 2011).

Para combater a praga, existem alternativas que consistem no uso de variedades resistentes da palma, no controle mecânico (através da coleta da palma que apresente indícios da contaminação), no manejo integrado da palma, no uso de inseticidas (que vem perdendo a capacidade de combater as pragas com eficácia, principalmente pelo surgimento de gerações de pragas cada vez mais resistentes), além do controle biológico. Este último consiste na introdução de inimigos naturais (predadores) para manter a quantidade de pragas em nível aceitável, sem causar danos à palma forrageira (Lopes, 2009).

Para o controle biológico, o Instituto Agrônomo de Pernambuco (IPA) e a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA) têm explorado a introdução de uma joaninha exótica (*Cryptolaemus montrouzieri*) que tem se mostrado eficiente na predação da cochonilha-do-carmim (EMBRAPA, 2011). Todavia, a introdução de uma nova espécie deve ocorrer de maneira planejada para evitar que uma alternativa de

solução não se torne em novo problema. Portanto, quando o gestor se depara com tal situação, é de suma importância antever e planejar a quantidade de predadores a ser introduzida no sistema.

É importante observar que para lidar com a complexidade, os engenheiros procuram identificar e separar as variáveis que estão sendo investigadas, concentrando-se em um aspecto de cada vez. Para tanto, o engenheiro deve fazer uso da abstração, identificando questões importantes do problema que está sendo estudado e ignorando os detalhes (num primeiro momento). O uso da abstração resulta em modelos que visam capturar e descrever um fenômeno ou problema (Chauvet et al, 2002). A maioria dos fenômenos observados na natureza pode ser representada através de equações diferenciais que possibilitam o tratamento matemático, além de permitir a investigação e simulação de diversos cenários (Peixoto et al, 2007). Cabe destacar que o uso e simulação de modelos podem propiciar um menor tempo e custo de análise, bem como há expectativa que isso ofereça menores chances de riscos ambientais.

Nesse sentido, este artigo apresenta resultados da investigação do uso do modelo Lotka-Volterra e variantes dele como ferramenta de modelagem e análise com o objetivo de determinar e sugerir a quantidade de predadores a ser empregada no combate a praga no interior nordestino. Esses modelos descrevem o comportamento de populações de espécies em relações tróficas como apresentado a seguir. Cenários investigados e experimentos realizados são discutidos. Conclusões deste trabalho são apresentadas no final do artigo.

## MATERIAL E MÉTODOS

Entender a evolução das populações das espécies tem sido objeto de estudo dos cientistas. A dinâmica da interação entre espécies e, especificamente, para presas e predadores tem sido investigado para compreender o padrão de interação de espécies ao longo do tempo. Para tanto, a modelagem e simulação computacional do comportamento das espécies tem sido utilizadas para analisar e compreender seus padrões de interação.

A representação das interações das populações de espécies tem sido formulada fazendo uso de equações diferenciais que oferecem tratabilidade matemática. Diversas contribuições nesse campo têm sido apresentadas desde o surgimento do modelo clássico de Lotka-Volterra.

Neste trabalho, nosso foco recai em obter ‘sugestões’ sobre as quantidades necessárias de predadores a serem introduzidos num sistema para o controle (biológico) natural de espécies através de ferramentas de simulação. Foram utilizados três modelos que descrevem a interação de espécies: modelo clássico Lotka-Volterra, modelo Lotka-Volterra com competição de presas e modelo Lotka-Volterra com controle ótimo, como apresentado a seguir.

A primeira formulação matemática de competição foi feita com o modelo clássico Lotka-Volterra (Eq. 1), estabelecido e analisado independentemente pelo biofísico Alfred James Lotka em 1925 e pelo matemático Vito Volterra em 1926. O modelo é uma extensão natural do modelo logístico de crescimento contínuo e compreende um sistema de equações diferenciais ordinárias, não-lineares, onde se considera a situação na qual uma espécie (predador) se alimenta de outra (presa) que vive de outra fonte de alimento.

Para a construção do modelo foram consideradas três hipóteses: a primeira é que a presa cresce a uma taxa proporcional à população crescente, na ausência do predador; a segunda é que o predador desaparece na ausência da presa e, a terceira é que o número de encontros entre predadores e presas é proporcional ao produto dessas populações, sendo que cada encontro tende a promover o crescimento do predador e a inibir o crescimento da presa. O modelo é descrito pelas equações 1A e 1B.

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy \quad (\text{Equação 1A})$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + dxy \quad (\text{Equação 1B})$$

Na equação 1,  $x$  e  $y$  representam as populações de presas e predadores, respectivamente. Os parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são constantes positivas, sendo:  $a$  - a taxa de crescimento das presas,  $c$  - taxa de mortalidade dos predadores e  $b$ ,  $d$  - os coeficientes que caracterizam a interação entre as duas espécies.

Contudo, este modelo apresenta duas limitações: a primeira é que o predador tem apetite infinito, podendo consumir presas indiscriminadamente. Não se considera o efeito de saciedade ou a incapacidade de caçar mais que certa quantidade de presa. Os predadores são limitados pelo tempo de procura e de manuseio da presa e podem não

consumir as presas por estarem saciados ou pelo fato das presas se defenderem em grupo.

A segunda limitação do modelo é que as presas estão disponíveis de forma infinita. Considera-se o crescimento de presas na ausência de predadores como exponencial e não logístico. Portanto, não há qualquer mecanismo de saturação.

Apesar das equações de Lotka-Volterra serem um modelo simplificado da dinâmica de predadores e presas, elas capturam de maneira limitada a existência de oscilações nas populações de predadores e presas.

Uma proposta de modelagem mais realística é o modelo de Lotka-Volterra com competição que incorpora o coeficiente de competição entre presas ( $\gamma$ ) na equação 2A.

$$\frac{dx}{dt} = ax - \gamma x^2 - bxy \quad (\text{Equação 2A})$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + dxy \quad (\text{Equação 2B})$$

Segundo Harrison (1992), deve-se empregar  $\gamma > 0$ , pois essa condição assegura a estabilidade global do sistema. Mesmo com essa garantia de estabilidade, deve-se prover um mecanismo de controle para alcançar o ponto de equilíbrio do modelo. Uma proposta de controle ótimo aplicado ao modelo Lotka-Volterra com competição (Bevilacqua et al, 2003) é descrito nas equações 3.

$$\frac{dx}{dt} = ax - \gamma x^2 - bxy \quad (\text{Equação 3A})$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + dxy + U \quad (\text{Equação 3B})$$

A função de controle ( $U$ ) representa a introdução de predador no sistema com o objetivo de alcançar o ponto de equilíbrio ( $\sigma_y$ ). Este último adicionado do coeficiente ( $\mu$ ), que visa garantir a estabilidade do ponto de equilíbrio (desejado) resulta em  $U = \delta y + \mu$ . Esse modelo busca descrever o nível de equilíbrio do sistema abaixo do limiar de danos econômicos. Como resultado, ele fornece a quantidade necessária de predadores a serem introduzidos numa lavoura para o controle biológico.

Vale observar que os modelos Lotka-Volterra e suas variações têm sido empregados em diversos estudos. Rafikov (1997) propôs uma modificação do algoritmo proposto em Rafikov & Araújo (1994) que se baseia numa propriedade do sistema de duas espécies do tipo predador-presa utilizando o modelo clássico Lotka-Volterra. Bevilacqua et al (2003) empregaram os modelos com competição e com controle ótimo para realizar simulações no cultivo de soja, considerando as relações presa-predador entre a lagarta de soja e seus predadores.

Outras contribuições que empregaram os modelos Lotka-Volterra clássico e com variações compreendem estudos de co-existência de espécies em sistema de dois níveis tróficos (Palomino-Bean, 2006), onde se analisa uma generalização do modelo clássico Lotka-Volterra com e sem o acréscimo de termo que caracteriza o comportamento do predador quando este perde o interesse de procurar por uma espécie que está escassa no ambiente e passa a caçar outra espécie mais disponível.

Oliveira (2004) estudou vários modelos bioeconômicos, dentre eles, o modelo Lotka-Volterra com a finalidade de estudar o equilíbrio econômico ecológico da pesca marítima no sul do Brasil. Santana (2007) analisou modelos matemáticos para descrever interações entre espécies no caso predador-presa em meio não limitado, analisando o modelo realístico predador-presa e o modelo Lotka-Volterra e sugerindo a introdução de um efeito de inibição natural que uma população muito grande teria sobre a taxa de crescimento da população. Em Santos (2009) foram apresentadas simulações computacionais em sistemas presa-predador, analisando o sistema clássico de Lotka-Volterra e baseado neste apresentando variações para duas e três espécies.

Observam-se as diversas aplicações do modelo Lotka-Volterra em variados campos de estudo, ressaltando a sua importância e contribuição para o estudo de ecologia de populações. Esse modelo e suas variações têm sido muito utilizados para o estudo de problemas agrícolas através do uso de ferramentas de simulação, corroborando para melhor compreensão do sistema meio ambiente-praga-predador. Especificamente, nesse trabalho, os três modelos supracitados nesta seção foram utilizados para avaliar o comportamento das populações de presas e predadores para o problema de controle natural de pragas para região do Semiárido do Nordeste.

Diante do que foi exposto, o objetivo deste trabalho foi obter representações do comportamento na variação de populações de presas e predadores dos modelos de Lotka-Volterra simples, Lotka-Volterra com competição entre presas e Lotka-Volterra

com o controle ótimo, a fim de sugerir quantidades de predadores a serem introduzidos no ambiente para controle biológico.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram realizadas simulações do comportamento das populações de *D. opuntiae* e de *C. montrouzieri* utilizando as equações que representam os modelos: LV (simples), LV com competição entre presas e LV com controle ótimo. Para realizar as simulações, dados foram levantados através de resultados de outros trabalhos e consultas junto ao grupo de pesquisa da EMBRAPA Semiárido, conforme discutido a seguir. Os parâmetros utilizados nas simulações são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros utilizados nas simulações

$a$	$b$	$c$	$d$	$\gamma$	$x_0$	$y_0$	$x_d$	$\sigma$	$\mu_0$
0.6	0.74	0.07	0.008	0.001	25	1	3	0.057	-0.0263

Os valores referentes aos parâmetros  $a$  e  $d$  não foram encontrados na literatura e, portanto, foram estimados baseados em estudos de simulações numéricas considerando relações presa-predador. Foi considerada a taxa 60% de crescimento de presas na ausência do predador ( $a$ ), pois a praga (cochonilha-do-carmim) se reproduz com facilidade e apresenta metamorfose completa, podendo colocar de 400 a 600 ovos, morrendo após a postura.

Para o parâmetro  $d$ , estimou-se o valor de 0.008, que corresponde à taxa de conversão de biomassa de presas capturadas em predadores de 0.8%. O valor utilizado por Rafikov (1997) correspondente ao parâmetro  $d$  foi de 0.0029, mas esse parâmetro foi utilizado com outras espécies, representando as lagartas de soja e seus predadores. Em nossa pesquisa, o valor de 0.008 foi utilizado para representar a cochonilha-do-carmim e seu predador (*C. montrouzieri*).

Para o parâmetro  $b$  (taxa de mortalidade dos predadores) foi utilizado o valor de 0.74, obtido em Garziera et al (2008). Esse dado foi obtido através dos valores médios do consumo de ninfas de *D. opuntiae* por adultos de *C. montrouzieri*, considerando-se o tratamento com o número inicial de 25 presas para 1 predador no período de sete dias.

O valor de 0.07, utilizado para o parâmetro  $c$ , foi obtido através de comunicação (eletrônica) pessoal com grupo de pesquisa da Embrapa. A partir de dados experimentais, foi observado que a taxa de mortalidade do *C. montrouzieri* criado

usando *D. opuntiae* é maior que a taxa de mortalidade do *C. montrouzieri* criado usando *Sitotroga cerealella*, mas essa taxa de mortalidade se mantém numa média de 7%.

Os parâmetros  $\sigma$  e  $\mu_0$  foram calculados através de equações específicas em Bevilacqua et al (2003) utilizadas para obter a função de controle U. O parâmetro  $x_d$ , que representa o limiar de danos econômicos, também foi obtido por meio de comunicação pessoal (junto ao grupo de pesquisa da Embrapa), uma vez que os estudos com a cochonilha-do-carmim são recentes e essa informação ainda não foi publicada.

Os experimentos, realizados pela Embrapa, sugerem que o nível de dano não está completamente definido, mas uma corrente de estudo “usa o número médio de quatro colônias por raquetes considerando a rápida capacidade da praga em se multiplicar.” Para garantir o nível recomendado o valor desejado de equilíbrio utilizado foi  $x_d = 3$ .

As simulações foram realizadas utilizando software de computação numérica e com código livre (*Scilab*) para gerar resultados e gráficos referentes ao comportamento das populações de predador (*C. montrouzieri*) e presa (*D. opuntiae*). Nas simulações, foi utilizado o método de Runge-Kutta de quarta ordem (RK4) para resolver numericamente os sistemas de equações não-lineares presa-predador investigados neste trabalho. Esta opção foi motivada pela precisão oferecida por este método. Na implementação deste método, foram utilizados os períodos de solução de 70 e 300 e intervalo numérico (i.e. passo)  $h = 0.1$ .

Os resultados apresentados neste artigo concentraram-se na avaliação do comportamento populacional das espécies estudadas para os períodos de sete dias e de um mês. Neste contexto, vale ressaltar que o tempo de vida da *D. opuntiae* é de aproximadamente 100 dias para as fêmeas (os machos morrem após a cópula), enquanto que para o *C. montrouzieri* é de 88 a 98 dias para as fêmeas e de 50 a 64 dias para os machos.

As Figuras 1, 2, 3 e 4 apresentam a dinâmica do comportamento das populações de *D. opuntiae* e do *C. montrouzieri* para os três modelos investigados. As evoluções das populações de presas e predadores investigadas estão representadas pelas linhas azul (pontilhadas) e verde (contínua), respectivamente.

A Figura 1 mostra o comportamento populacional de predadores e presas, capturado pelo modelo Lotka-Volterra. Em 3 dias, o resultado da Figura indica que a densidade de presas atinge o ponto máximo, o que permite aumentar o número de predadores devido à disponibilidade de presas.

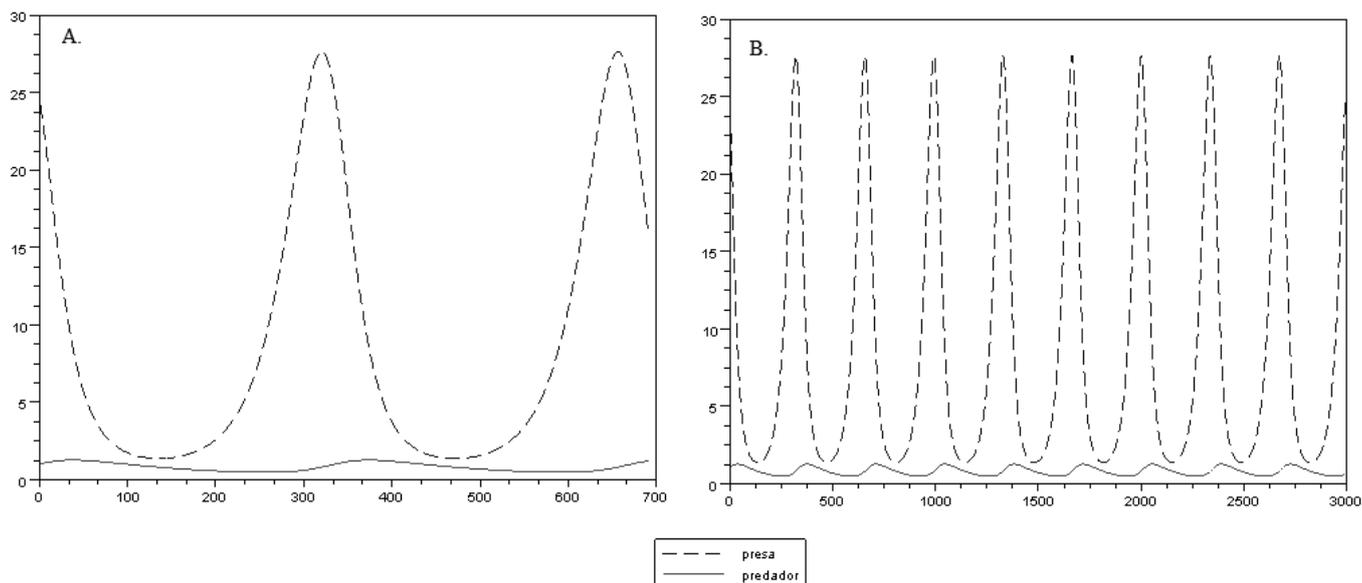


Figura 1. Variação de populações de presas e predadores obtida através do modelo de Lotka-Volterra simples no período de sete dias (A) e no período de trinta dias (B)

Em seguida, devido à predação, a densidade de presas é reduzida drasticamente, atingindo o ponto mínimo entre o quarto e quinto dias, que corresponde ao menor número de presas. Com a redução da população de presas, a escassez de alimento provoca a redução da densidade do predador, permitindo o aumento populacional de presas. O ciclo onde as populações de presas e predadores atingem seus pontos máximos e mínimos se completa a cada 6 dias, dando início a um novo ciclo, segundo o modelo LV.

As Figuras 2 e 3 representam os comportamentos das populações das presas e predadores considerando-se a competição de presas. Essas figuras sugerem que com o passar do tempo, os ciclos populacionais das presas tornam-se cada vez menores, ocorrendo variações de densidade nos pontos máximos de cada ciclo.

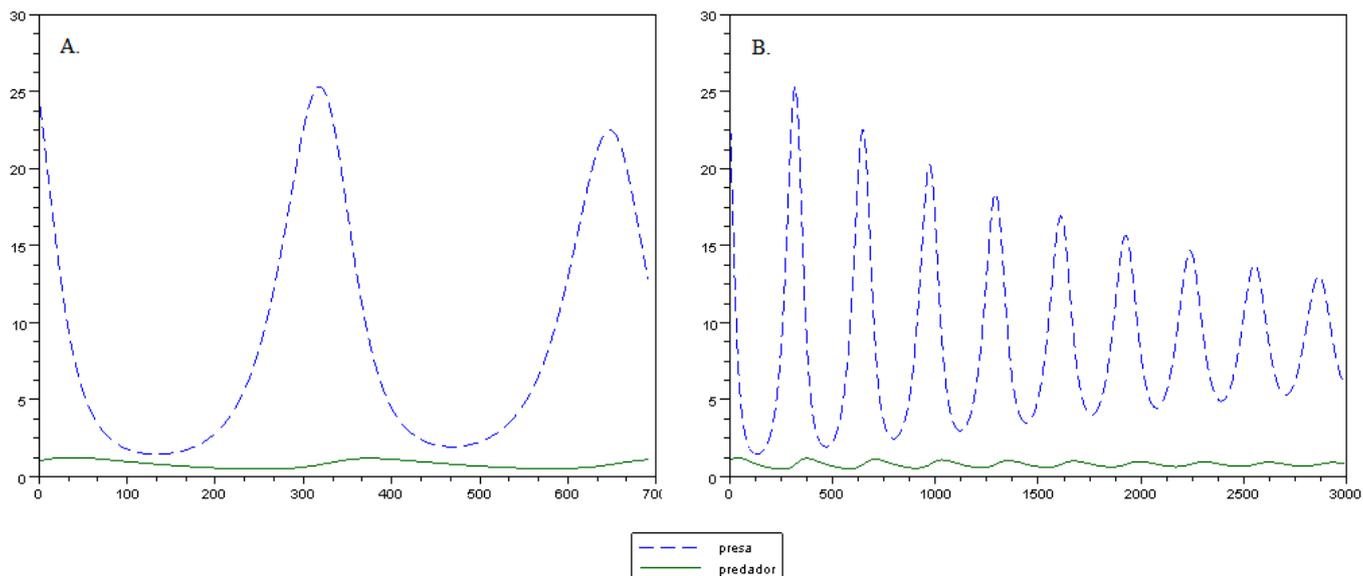


Figura 2. Variação de populações de presas e predadores obtida através do modelo de Lotka-Volterra com competição entre presas no período de sete dias (A) e no período de trinta dias (B).

Nota-se ainda que no primeiro ciclo, a densidade de presas atinge seu ponto máximo no terceiro dia, com a população aproximada de 27 presas (Figura 2A). Já o ponto máximo do último ciclo (Figura 2B) ocorre em 28 e 30 dias, com a população aproximada de 13 presas.

É possível observar na Figura 3 que, segundo o modelo LV com competição, o comportamento das populações tende a se estabilizar. Mas, essa estabilidade acontece aproximadamente aos 150 dias (que corresponde ao ciclo de vida dessas populações).

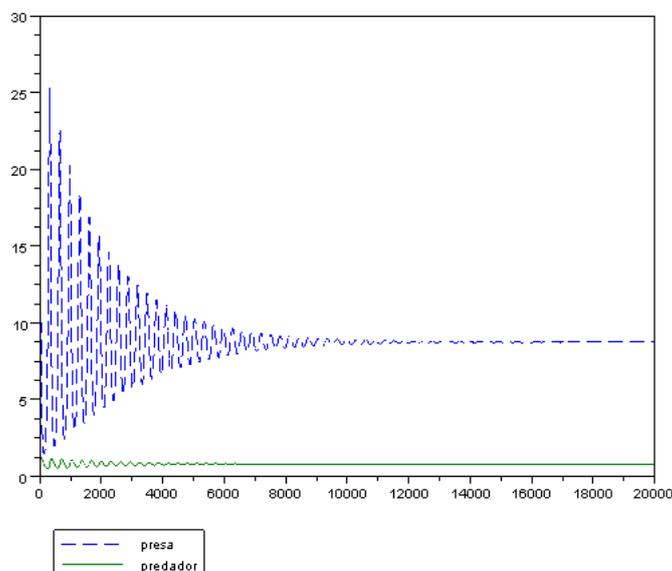


Figura 3. Variação de populações de presas e predadores obtidas através do modelo de Lotka-Volterra com competição de presas no período de 200 dias.

Agora, com a aplicação da função de controle ótimo ao modelo Lotka-Volterra com competição de presas, observa-se que a população de presas diminui consideravelmente nos primeiros 2 dias, chegando a restar apenas uma presa, conforme mostrado na Figura 4. A partir do terceiro dia a população de presas volta a aumentar, atingindo uma população de cerca de 5 presas entre o quinto e sexto dia. Note que a partir do sexto dia a população de presas volta decair.

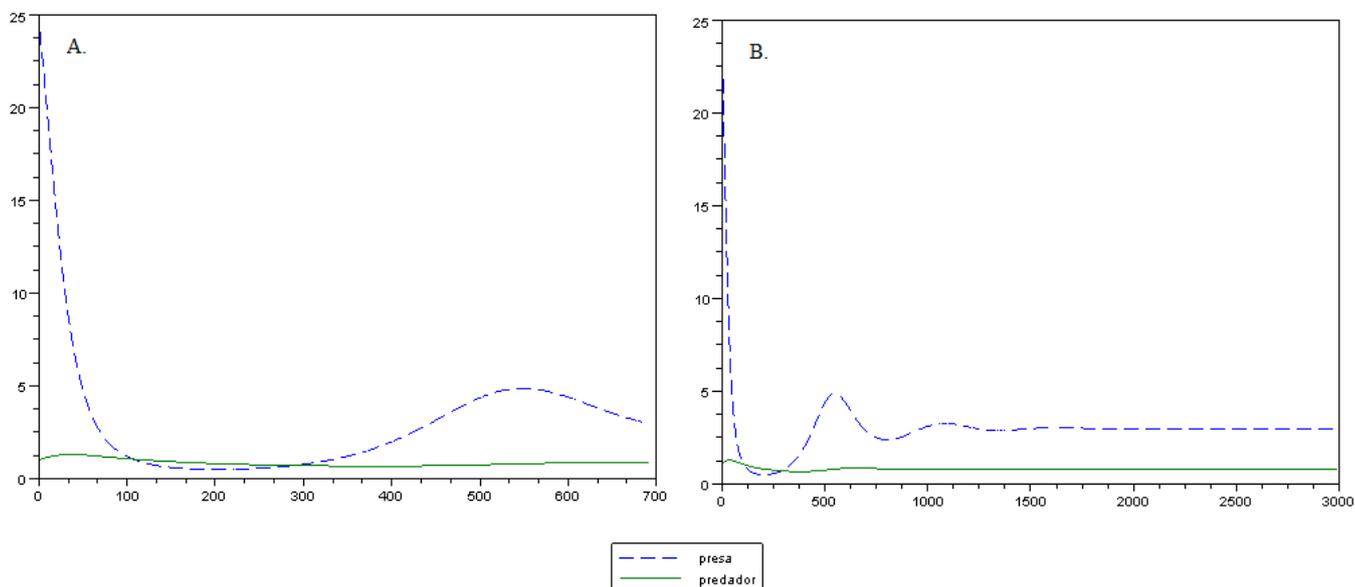


Figura 4. Variação de populações de presas e predadores obtidas através do modelo de Lotka-Volterra com competição de presas e com controle ótimo no período de sete dias (A) e no período de trinta dias (B).

A Figura 4B ilustra o comportamento das populações analisadas com a função de controle no período de 30 dias. É importante destacar que a população de presas tende a se estabilizar após o período de 15 dias.

## CONCLUSÕES

1. Os resultados obtidos sugerem que os três modelos investigados servem para capturar e representar a interação entre predadores e presas.
2. O modelo Lotka-Volterra quando comparado ao modelo LV com função de controle ótimo possui limitações na descrição do padrão de interação justificadas pelas premissas não realísticas do modelo original.
3. Os resultados alcançados com a implementação do modelo LV com função de controle ótimo constitui 'ferramenta' adequada para problema investigado.

4. Considerando que o controle deva ser realizado logo após se observar o número de 3 colônias por cladódio de palma forrageira, e inserindo 1 predador para o número inicial de 25 presas, o sistema tende a se estabilizar a partir de 15 dias e, dessa forma, há expectativa de que o limiar de danos econômicos não seja ultrapassado.
5. Os resultados desta pesquisa tem tornado possível sugerir a quantidade de predadores a ser inserida no ambiente natural para buscar combater e controlar a infestação de pragas que tem causado danos à região do Semiárido do Nordeste.

### **AGRADECIMENTOS**

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Pernambuco (FACEPE), pelo apoio financeiro a esta pesquisa e ao Centro de Pesquisa Agropecuária do Trópico Semiárido – CPATSA da EMBRAPA Semiárido pelas informações fornecidas.

### **LITERATURA CITADA**

Alves, J. N. et. al. Fenos de erva-sal (*Atriplex nummularia* Lindl.) e palma forrageira (*Opuntia ficus* Mill.) em dietas para caprinos e ovinos. *Rev. Cient. Prod. Anim.*, 9:43-52, 2007.

Bevilacqua, J. da. S.; Rafikov, M.; Guedes, C. de L. C. Modelagem em Biomatemática. Material de minicurso sobre modelagem em biomatemática apresentado no XXVI CNMAC – São José do Rio Preto, Brasil, 2003.

Chauvet, E.; Pullet, J. E.; Previte, J. P.; Walls, Z. A Lotka-Volterra Three-species Food Chain. *Mathematics Magazine*. 75(4): 243-255, 2002.

Chiacchio, F. P. B. Incidência da cochonilha do carmim em palma forrageira. *Bahia Agríc.*, 8:2-14, 2008.

EMBRAPA. Pesquisa desenvolve tecnologias para o controle da cochonilha-do-carmim. Disponível em: < <http://www.cpatosa.embrapa.br/imprensa/noticias/pesquisa-desenvolve-tecnologias-para-o-controle-da-cochonilha-do-carmim/>>. Acesso em: 07 jul 2011.

Garziera, L.; Lima, M. S. de; Lopes, F. S. C.; Silva, L. D. da; Paranhos, B. A. J. Eficiência de *Cryptolaemus montrouzieri* (Mulsant) (Coleoptera: Coccinellidae) na predação da cochonilha-do-carmim (*Dactylopius opuntiae*). In: Jornada de Iniciação Científica da Embrapa Semi-Árido, 3, 2008, Petrolina. Anais. Petrolina: Embrapa Semi-Árido, 2008.

Gomes, T.; Ferracioli, L. A Utilização da Modelagem Computacional Qualitativa no Estudo do Sistema Predador-Presa. Revista Brasileira de Informática na Educação, 13: 1-8, 2005.

Lopes, E. B.; Albuquerque, I. C. de; Brito, C. H. de; Batista, J. de L. Velocidade de infestação e dispersão de *Dactylopius opuntiae* Cockerell, 1896 em palma gigante na Paraíba. Engenharia Ambiental, Espírito Santo do Pinhal, 6, n.1:196-205, jan./abr., 2009.

Mulinari, M. H. A Utilização da Modelagem Computacional Como Estratégia de Análise de Ecossistemas Manguezais. 2006. Monografia, Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, Brasil, 2006.

Murray, J. D. Mathematical biology. I. An introduction —3 rd ed, 2002.

Palomino-Bean, et. al. Coexistência de espécies em sistemas presa-predador com *switching*. Tendências em Matemática Aplicada e Computacional, 7(2): 317-326, 2006.

Peixoto, M. S.; Barros, L. C.; Bassanezi, R. C. Uma abordagem *fuzzy* para um modelo presa-predador acoplado ao parasitismo. TEMA Tend. Mat. Apl. Comput., 8(1): 119-128, 2007.

Santos, V. de J. Simulações computacionais em sistemas presa-predador. 2009. 85 f. Monografia, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Bahia, Brasil, 2009.

Silva, R. de O.; Ternes, S. Uso de software livre para modelagem matemática e simulação. VI Mostra de estagiários e bolsistas 2010, EMBRAPA Informática Agropecuária, 2010.

Souza, R. A. de, et. al. Teoria Qualitativa de EDO's Aplicada aos Modelos de Lotka-Volterra e do Pêndulo Não-Linear. Anais do II Simpósio de Matemática e Matemática Industrial, 1:9-24, Goiás, Brasil, 2010.

# CAPÍTULO IV

## CONCLUSÕES GERAIS

## CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou formas de modelar a dinâmica populacional utilizando ferramentas matemáticas e computacionais. Foram desenvolvidas simulações em sistemas presa-predador com duas espécies utilizando as equações de Lotka-Volterra e suas variantes através do método de Runge-Kutta de quarta ordem no ambiente Scilab, o que nos fez obter as seguintes conclusões:

1. Na análise do modelo Lotka-Volterra foi possível observar que as espécies (presa e predador) coexistem independentemente das condições iniciais e dos parâmetros utilizados.
2. O limiar de danos econômicos do problema investigado corresponde a quatro colônias por raquetes da palma forrageira. Entretanto, para garantir o nível recomendado, o valor desejado de equilíbrio utilizado nas simulações foi igual a 03.
3. Ao inserir 01 predador para o número inicial de 25 presas, observou-se que o sistema tende a se estabilizar a partir de 15 dias e, dessa forma, há expectativa de que o limiar de danos econômicos não seja ultrapassado.
4. Dos três modelos investigados (LV clássico, LV com competição de presas e LV com controle ótimo), o modelo LV com controle ótimo é o mais adequado para o problema investigado, pois o mesmo é capaz de fornecer a quantidade necessária de predadores a serem introduzidos numa lavoura para o controle biológico, considerando o nível de danos econômicos.
5. Durante o processo para determinar o comportamento das variáveis utilizadas nos modelos, apenas um parâmetro foi obtido na literatura. O restante foi estimado e obtido por meio de comunicação pessoal.

6. Apesar de serem considerados simples, os modelos LV investigados neste trabalho servem para capturar e representar a interação entre predadores e presas, constituindo ferramenta útil em diversas áreas da ecologia, particularmente para a entomologia agrícola.
  
7. Com relação ao uso de modelos, existem outras abordagens que poderiam ter sido utilizadas nessa dissertação, como por exemplo, os modelos de resposta funcional e numérica, as equações de Holling, os modelos baseados em redes neurais, lógica *fuzzy*, entre outros. No entanto, o trabalho consistiu em investigar modelos baseados no sistema predador-presa Lotka-Volterra, explorando os modelos existentes e aplicando-os a um estudo de caso importante para a economia local e para o contexto atual.